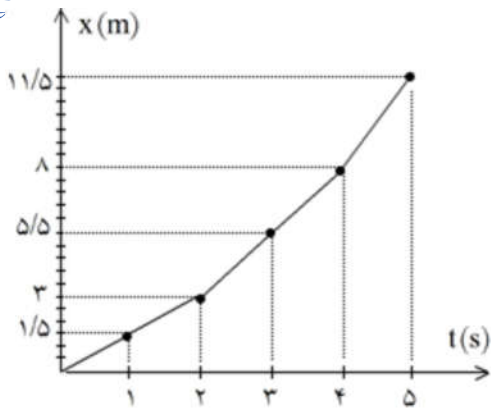




۱

$$\Delta x(0.5, 3) = x(3) - x(0.5) = 8 - 2 = 6 \text{ m} \Rightarrow V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \text{ m}}{2.5 \text{ s}} = 2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲

نوع حرکت یکنواخت است، زیرا نمودار مکان - زمان آن خط راست است.

راه اول:

۳

$$x = Vt + x_0 \Rightarrow x = 2t + 2$$

$$\begin{cases} t_1 = 3 \Rightarrow x_1 = 2 \times 3 + 2 = 8 \text{ m} \\ t_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 2 \times 5 + 2 = 12 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x(3, 5) = x_2 - x_1 = 12 - 8 = 4 \text{ m}$$

راه دوم:

$$\Delta x = V \Delta t = 2 \times (5 - 3) = 2 \times 2 = 4 \text{ m}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 0.8t + 1.0$$

۴

۱۰۸ کیلومتر بر ساعت برابر $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است (هر $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برابر 3.6 کیلومتر بر ساعت است).

$$30 = 0.8t + 1.0 \Rightarrow 0.8t = 29 \Rightarrow t = 36.25 \text{ s}$$

$1200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ برابر $\frac{1000}{3}$ متر بر ثانیه است (هر یک متر بر ثانیه برابر $3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است).

۵

$$\bar{a} = \frac{V - V_0}{\Delta t} = \frac{\frac{1000}{3} - 0}{30} = \frac{\left(\frac{1000}{3}\right)}{30} = \frac{100}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ برابر $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است (هر $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برابر $3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است).

۶

$$\bar{a} = \frac{V - V_0}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{8} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

راه اول:

۷

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{2} \times 5 t^2 + 20 t$$

$$t = 8 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{2} \times 5 \times 64 + 20 \times 8 = 80 \text{ m}$$

راه دوم:

$$\Delta x = \frac{V + V_0}{2} \Delta t = \frac{0 + 20}{2} \times 8 = 80 \text{ m}$$

۸

در قسمت اول شتاب و سرعت هم جهت هستند و حرکت تند شونده است.

در قسمت دوم شتاب صفر است و حرکت یکنواخت است.

در قسمت سوم شتاب و سرعت در خلاف جهت هم هستند و حرکت کند شونده است.

۹

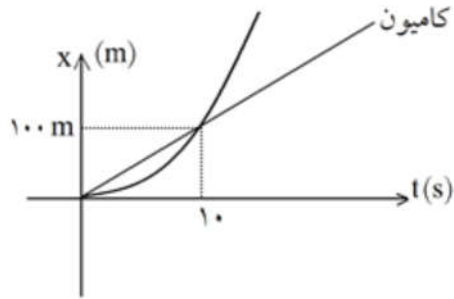
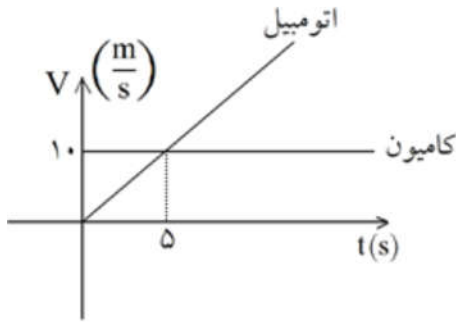
$$a_{OA} = \frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2} \quad a_{AB} = \frac{6-6}{20-8} = 0 \frac{m}{s^2} \quad a_{BC} = \frac{9-6}{26-20} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

۱۰

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 100m$$

راننده برای توقف مسافتی ۱۰۰ متری را باید طی کند، بنابراین با مانع برخورد می‌کند.

۱۱



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{چهار راه را مبداء در نظر می‌گیریم} \\ x_1 = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 = t^2 \quad \text{اتومبیل} \\ x_2 = Vt + x_0 = 10t \quad \text{کامیون} \end{array} \right. \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s$$

$$\vec{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۱۲ تغییر مکان (۰/۲۵)

۱۳ هم‌جهت

۱۴ (ن)

۱۵ صفر

۱۶ صفر

۱۷

$$V_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2000}{250} = 8m/s$$

$$V_{BC} = 0$$

$$V_{CD} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3000}{500} = 6m/s$$

بین دو نقطه‌ی A و B، سرعت دهنده بیشتر بوده است. می‌توان این‌گونه نیز استدلال کرد که شیب خط CD بیشتر از AB است، پس سرعت بین C و D بیشتر است.

$$V_{DC} = \frac{3000}{500} = 6m/s$$

۱۸

۱۹ ترمز اتومبیل، جاده، آب و هوا

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{\frac{1}{6}} = 40 \text{ m/s}$$

۲۰

در این صورت شیب خط مماس است و بنابراین سرعت در لحظه‌ی t صفر است.

۲۱

$$\frac{1}{4}(2\pi R) = \pi R \simeq 3/4 \times 100 \simeq 314 \text{ m}$$

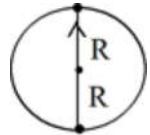
مسافتی که طی می‌کند نصف محیط دایره است.

۲۲

اندازه بردار جابه‌جایی در زمانی که اتومبیل نیم دور را پیموده است برابر قطر دایره است.

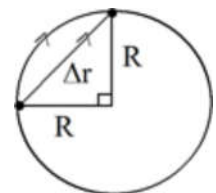
۲۳

$$2R = 200 \text{ m} \quad \text{اندازه جابه‌جایی}$$



۲۴

$$\Delta r = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R = \sqrt{2}R \Rightarrow \Delta r = 100\sqrt{2} \text{ m}$$



مکان نهایی اتومبیل پس از یک دور کامل با مکان اولیه‌ی آن پس از یک دور کامل یکسان است. بنابراین جابه‌جایی اتومبیل صفر است.

۲۵

حرکت جسم در بازه‌ی زمانی $(t_1 - 0)$ یکنواخت $(0/25)$ و در $(t_2 - t_1)$ شتابدار تندشونده است $(0/25)$

۲۶

منفی $(0/25)$ ، چون سرعت مثبت و حرکت کندشونده است و علامت شتاب مخالف علامت سرعت است. $(0/5)$ جهت تقعر نمودار رو به پایین است $\leftarrow$ شتاب پایین است.

۲۷

تندشونده $(0/25)$

۲۸

یک بار، در لحظه‌ی t_2 $(0/25)$ ، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. $(0/25)$

۲۹

جابه‌جایی $(0/25)$

۳۰

ثابت $(0/25)$

۳۱

مثبت $(0/25)$

۳۲

در لحظه‌ی t_2 $(0/25)$ ، چون علامت سرعت تغییر کرده است. $(0/5)$

۳۳

آ نوع حرکت شتاب دار تند شونده است. $(0/25)$ ، علامت شتاب مثبت $(0/25)$

۳۴

۳۵ خودروی A، از نقطه‌ای واقع در جلوی مبدأ محور X به‌طور یکنواخت هم راستا و هم سوی محور X حرکت می‌کند. خودروی B، از مبدأ محور X از حال سکون با شتاب ثابت هم راستا و هم سوی محور X شروع به حرکت می‌کند.

۳۶ شیب پاره‌خط AB معرف شتاب متوسط بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 10 + 0$$

$$v = 40 \frac{m}{s}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$$

$$v_2^2 - 0 = 2 \times 10 \times 5 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

بازه ی زمانی	جهت حرکت	نوع حرکت	علامت شتاب
از ۰ تا t_1	-X	یکنواخت	
از t_1 تا t_2	-X	کند شونده	مثبت
از t_2 تا t_3	+X	تند شونده	مثبت

$$v_0 = -40 \frac{m}{s} \Rightarrow v = 8t - 40 \text{ و } v = 0$$

$$t = 5s$$

۴۱ متغیر - مثبت

۴۲ مثبت (۰/۲۵) زیرا شیب خط واصل ابتدا و انتهای نمودار مثبت است. (۰/۲۵)

۴۳ در بازه‌ی t_1 تا t_2 ، زیرا نمودار یک خط راست با شیب ثابت است. (۰/۵)

۴۴ متحرک (A) (۰/۲۵) شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است. (۰/۲۵)

۴۵ متحرک (B) (۰/۲۵) سطح زیر نمودار (Δx) کم‌تر است. (۰/۲۵)

۴۶ شتاب متوسط برای دو متحرک برابر است. (۰/۲۵) زیرا شیب خط واصل ابتدا و انتهای آنها یکی است. (۰/۲۵)

۴۷ ثابت (۰/۲۵)

۴۸ الف) ۱۹ متر (۰/۲۵)

ب) ۴ ثانیه تا ۱۲ ثانیه (۰/۲۵)

پ) $19 + 14 + 14 = 47m$ (۰/۵)

ت) صفر است (۰/۲۵) چون جابه‌جایی در این بازه‌ی زمانی صفر است. (۰/۲۵) (ص ۹)

۴۹

ص ۲۰ - ۲۱

الف (۵۰)

$$x(t) = 4t^3 - 6t + 3 \rightarrow v(t) = 12t - 6$$

ب)

$$v(t) = 12t - 6 \rightarrow v(6) = 12 \times 6 - 6 = 72 \frac{m}{s}$$

ج)

$$\bar{v}(1-6) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(6) - x(1)}{6 - 1} = \frac{4 \cdot 36 - 6 \cdot 6 + 3 - (4 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 3)}{5} = \frac{144 - 36 - 4 + 6}{5} = 24 \frac{m}{s}$$

$$x(6) = 4 \times 1^3 - 6 \times 6 + 3 = 43m$$

$$x(1) = 4 - 6 - 13 = 1m$$

د) در تغییر جهت $v = 0$

$$v(t) = 0 \rightarrow 12t - 6 = 0 \rightarrow t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}s \text{ لحظه‌ی تغییر جهت}$$

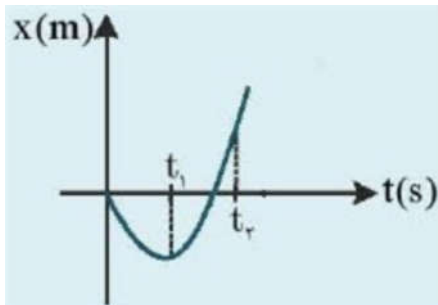
۵۱

$$V_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \rightarrow 20 = \frac{\frac{1}{2}\Delta x}{\Delta t_1} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{40}\Delta x$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{40}\Delta x + \Delta x_2 \rightarrow \Delta x_2 = \frac{39}{40}\Delta x$$

$$V_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \rightarrow 30 = \frac{\frac{39}{40}\Delta x}{\Delta t_2} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{39}{1200}\Delta x \times \frac{1}{30} = \frac{\Delta x}{400}$$

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x}{\frac{1}{40}\Delta x + \frac{1}{400}\Delta x} = \frac{\Delta x}{\frac{11}{400}\Delta x} = \frac{400}{11} \frac{m}{s}$$

الف) شتاب ثابت - کندشونده $(0 - t_1)$ (۵۲)شتاب ثابت - تندشونده $(t_1 - t_2)$ 

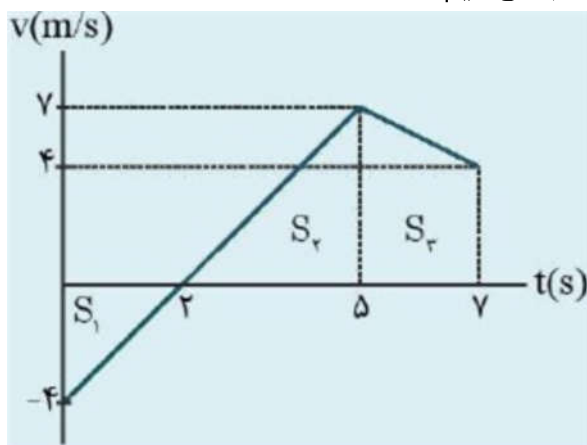
ب)

متحرک مدت زمان $T - \left(\frac{T}{4} + \frac{T}{5}\right) = \frac{11}{20}T$ با سرعت $3V$ حرکت کرده است: (۵۳)

$$V_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{T} = \frac{V\left(\frac{1}{4}T\right) + 2V\left(\frac{1}{5}T\right) + 3V\left(\frac{11}{20}T\right)}{T}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{33}{20}\right)VT}{T} = \frac{\left(\frac{5+8+33}{20}\right)VT}{T} = \frac{46}{20}V = 2.3V$$

الف) با توجه به نمودار زیر تشابه دو مثلث S_1 و S_2 ، مقدار V_1 را حساب می‌کنیم:

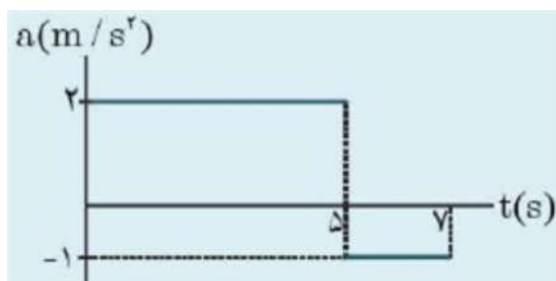


$$\frac{v_{-4}}{0-4} = \frac{5-2}{7-5} \Rightarrow \frac{v}{4} = \frac{2}{2} \\ \Rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}$$

مساحت زیر نمودار بدون درنظر گرفتن علامت برابر مسافت طی شده است:

$$L = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{4 \times (5-2)}{2} + \frac{(4+7) \times (7-5)}{2} = 4 + 6 + 10 = 20m$$

ب) شتاب برابر شیب نمودار $v-t$ است.

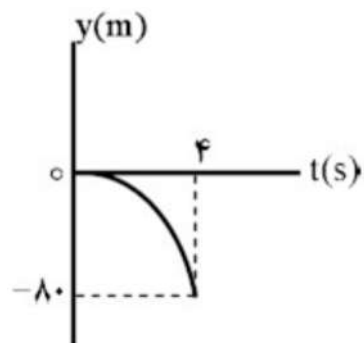


$$\Delta s \text{ تا } 5: a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(4-(-4)) \frac{m}{s}}{5s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta s \text{ تا } 7: a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(7-4) \frac{m}{s}}{2s} = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

$$v = -gt \quad (0/25) \quad t = \frac{-40}{-10} = 4s \quad (0/25) \quad \text{الف)}$$

$$v^2 = -2g\Delta y \quad (0/25) \quad h = |\Delta y| = \frac{1600}{20} = 80m \quad (0/25) \quad \text{ب)}$$



پ) رسم نمودار (0/5)

الف) در بازه زمانی صفر تا $250s$ دنده سریع‌تر دویده. شیب خط در بازه زمانی صفر تا $250s$ بیش‌تر از شیب خط در بازه زمانی $500s$ تا $1000s$ می‌باشد.

ب) در بازه زمانی $250s$ تا $500s$ دنده ایستاده.

$$V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(1000 - 1000)m}{250s} = 0 \frac{m}{s}$$

$$\text{پ)} V_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000m}{250s} = 4 \frac{m}{s}$$

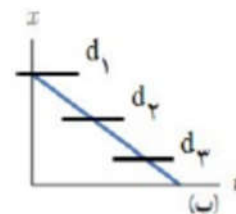
$$\text{ت)} V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2500 - 1000)m}{500s} = 3 \frac{m}{s}$$

$$\text{ث)} V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2500 - 0)m}{1000s} = 2.5 \frac{m}{s}$$

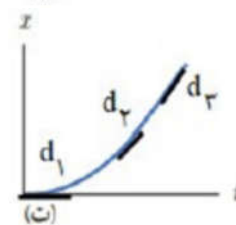
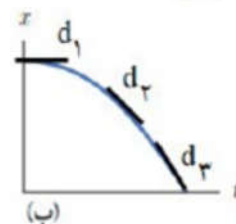
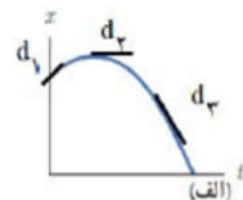
برای این که متحرک با سرعت اولیه در جهت محور x حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ مثبت باشد. و برای این که شتاب در خلاف جهت محور x باشد می‌بایست شیب مماس در هر لحظه در حال کاهش یا شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی و در حال افزایش باشد. گزینه‌ی الف درست است.

شیب خط مماس بر نمودار «الف» در لحظه $t = 0$ مثبت است. لذا دارای سرعت اولیه در جهت محور x می‌باشد. سرعت آن افزایش می‌یابد. شیب خط ابتدا مثبت و با گذشت زمان در جهت مثبت محور x در حال کاهش می‌باشد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x است. سپس شیب خط منفی و در حال افزایش می‌باشد به عبارتی سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد. شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و سرعت اولیه صفر می‌باشد. سپس شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی و در حال افزایش می‌باشد، در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد.

شیب خط در نمودار «پ» ثابت و منفی است. در نتیجه سرعت ثابت است و شتاب صفر است.



شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد و شتاب در جهت محور x خواهد بود.

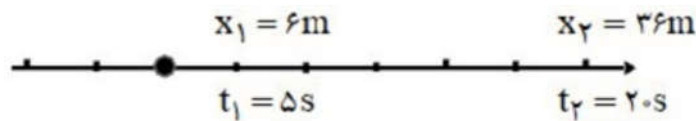
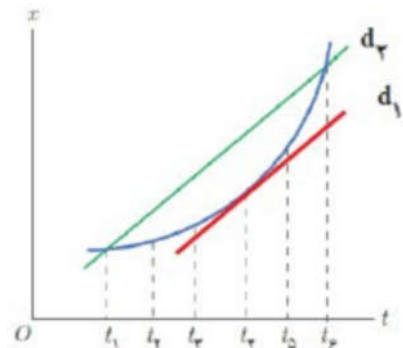


الف) در لحظه‌ی t_1 و t_2 از کنار یکدیگر می‌گذرند.

۵۸

ب) در لحظه‌ی t_2 که شیب برابر دارند تنیدی دو خودرو یکسان است.

پ) در بازه‌ی t_1 و t_2 سرعت متوسط دو خودرو به علت داشتن شیب برابر، مساویند.

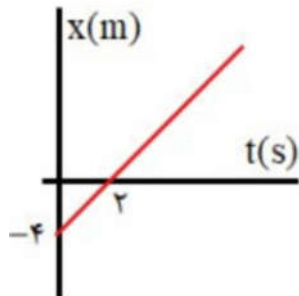


الف) ۵۹

$$v_{21} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36m - 6m}{20s - 5s} = \frac{30m}{15s} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{21} = v_{11} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow \frac{30m}{15s} = \frac{6m - x_0}{5s - 0s} \Rightarrow x_0 = -10m + 6m = -4m$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2\left(\frac{m}{s}\right)t - 4m$$



ب)

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times (2s)^2 = -19.6m$$

$$y_1 = \frac{y}{2} = -9.8m \Rightarrow v_1 = -\sqrt{2gy_1} = -\sqrt{2 \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 9.8m} = -19.6 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2 \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 19.6m} = 19.6 \frac{m}{s}$$

۶۰

الف) $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\sqrt{2gy_A}}{\sqrt{2gy_B}} = 2$

ب) $\left. \begin{aligned} y_A &= \frac{1}{2}gt_A^2 \xrightarrow{t_A=t} y_A = \frac{1}{2}gt^2 \\ y_B &= \frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow{t_B=t-2} y_B = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = 4 \times \frac{1}{2}g(t-2)^2$

۶۱

$$t_A = t = 2s, t_B = 4s$$

$$h_A = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times (2s)^2 = 19.6m$$

۶۲

الف) دو بار

پ) سرعت ثابت

ب) خلاف جهت محور X

ت) مثبت (ص ۹ و ۱۷)

۶۳

الف) تندشونده - اندازه سرعت افزایش یافته است. (ص ۱۶)

$$\text{ب) } l = \frac{1 \times 1}{2} + \left| \frac{3 \times (-3)}{2} \right| \Rightarrow l = 0.5 + 4.5 = 5m \quad (\text{ص } 20)$$

۶۴

$$\text{الف) } \Delta x = x_2 - x_1 = (4 - 8 + 3) - 3 \Rightarrow \Delta x = -4m \quad (\text{ص } 17)$$

$$\text{ب) } \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \quad (\text{ص } 17)$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$

۶۵

الف) جابه‌جایی

پ) با سرعت ثابت (یک‌نواخت)

ت) مماس

ث) شتاب لحظه‌ای (ص ۲ و ۷ و ۱۰ و ۱۱)

۶۶

$$\text{الف) } v^2 = v_0^2 + 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 36 = 16 + 2a(10) \Rightarrow a = 1 \frac{m}{s^2}$$

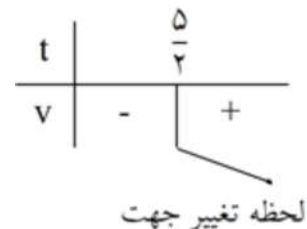
$$\text{ب) } v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \quad \frac{10}{\Delta t} = \frac{6 + 4}{2} \Rightarrow \Delta t = 2s \quad (\text{ص } 25)$$

۶۷

ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا متحرک تغییر جهت داشته یا خیر، اگر تغییر جهت نداشته باشد و یا لحظه‌ی تغییر جهت خارج از بازه‌ی خواسته شده باشد مسافت طی شده برابر اندازه‌ی جابه‌جایی می‌باشد، اما اگر لحظه‌ی تغییر جهت در بازه‌ی خواسته شده باشد باید طی دو مرحله مسافت طی شده را به دست آوریم، مرحله‌ی اول جابه‌جایی از شروع بازه تا لحظه‌ی تغییر جهت و سپس از لحظه‌ی تغییر جهت تا انتهای بازه، و سپس اندازه‌ی جابه‌جایی‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا مسافت طی شده به دست آید.

برای به دست آوردن لحظه‌ی تغییر جهت باید معادله‌ی سرعت را تعیین علامت کنیم، با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان به معادله‌ی سرعت - زمان می‌رسیم:

$$V = 2t - 5 \Rightarrow V = 0 \Rightarrow 2t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$



مسافت طی شده از $t = 0$ تا $t = 3$ خواسته بود، لحظه‌ی تغییر جهت در بازه‌ی زمانی داده شده قرار دارد پس طی دو مرحله مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

$$x = t^2 - 5t + 6$$

مرحله‌ی اول: از $t = 0$ تا $t = \frac{5}{2}$

$$\left. \begin{aligned} t = 0 &\Rightarrow x = +6 \\ t = \frac{5}{2} &\Rightarrow x = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 6 = -\frac{25}{4} + 6 = -\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = -\frac{1}{4} - 6 = -\frac{25}{4}$$

$$t = \frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta x = 0 - \left(-\frac{1}{4}\right) = +\frac{1}{4} \quad \text{مرحله‌ی دوم:}$$

$$t = 3 \Rightarrow x = 0$$

$$L = \left| -\frac{25}{4} \right| + \left| \frac{1}{4} \right| = \frac{25}{4} + \frac{1}{4} = \frac{26}{4}m$$

مسافت طی شده

در بازه‌ی زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد بردار جابه‌جایی و بردار مکان متحرک هم‌جهت می‌باشند. بدین منظور معادله‌ی مکان - زمان متحرک را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x = t - v = 0 \Rightarrow t = v \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} t & 0 & & v \\ \hline x & -v & - & + \end{array}$$

همان‌گونه که از جدول تعیین علامت مشخص است از $t = 0$ تا $t = v$ مکان متحرک منفی و در حال نزدیک شدن به مبدأ است و از $t = v$ به بعد در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد. پس جواب سوال می‌شود از زمان $t = v$ به بعد.

ابتدا لحظه‌ی تغییر جهت را به دست می‌آوریم. بدین منظور معادله‌ی سرعت را تعیین علامت می‌کنیم.

$$V = 2t - 6 \Rightarrow 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} t & 0 & & 3 \\ \hline v & - & - & + \end{array}$$

پس متحرک از $t = 0$ تا $t = 3$ روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کرده، حال جابه‌جایی از $t = 0$ تا $t = 3$ را به دست می‌آوریم و چون متحرک در این بازه بدون تغییر جهت حرکت کرده پس مسافت طی شده برابر اندازه‌ی جابه‌جایی می‌باشد. به دست آوردن جابه‌جایی:

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow x = +8 \\ t = 3 \Rightarrow x = (3^2) - 6(3) + 8 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = -1 - (+8) = -9$$

اندازه‌ی جابه‌جایی = مسافت طی شده $|\Delta x| = |-9| = 9m$

هرگاه علامت سرعت مثبت باشد متحرک به سمت مثبت محور و هرگاه علامت سرعت منفی باشد متحرک به سمت منفی محور حرکت می‌کند، پس باید معادله‌ی سرعت این متحرک را تعیین علامت کنیم. با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان به معادله‌ی سرعت - زمان می‌رسیم.

$$V = t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t - 2) = 0 \Rightarrow t = 4, t = 2 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} t & 0 & & 2 & & 4 \\ \hline v & + & + & - & - & + \end{array}$$

پس بازه‌ی زمانی $t = 2$ تا $t = 4$ جواب سوال می‌باشد.

اگر مکان متحرک منفی باشد بردار مکان متحرک نیز به سمت منفی محور و اگر مکان متحرک مثبت باشد بردار مکان متحرک به سمت مثبت محور می‌باشد. پس باید معادله‌ی مکان را تعیین علامت کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} t & 0 & & 2 & & 6 \\ \hline x & + & + & - & - & + \end{array}$$

پس بازه‌ی زمانی $t = 2$ تا $t = 6$ بردار مکان متحرک به سمت منفی محور x می‌باشد.

ابتدا لحظه‌ی تغییر جهت را به دست می‌آوریم، بدین منظور معادله‌ی سرعت - زمان را تعیین علامت می‌کنیم. با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان به معادله‌ی سرعت - زمان می‌رسیم.

$$V = 2t - 3 \Rightarrow 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$$

t	$\frac{3}{2}$
v	- +

همان‌گونه که می‌بینید متحرک در $t = \frac{3}{2}$ تغییر جهت داده است اما لحظه‌ی تغییر جهت در طول بازه‌ی زمانی که تندی متوسط را خواسته قرار نمی‌گیرد. پس در طول بازه‌ی زمانی خواسته شده، مسافت طی شده و جابه‌جایی برابرند پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} t = 2 \Rightarrow x &= (2)^2 - 3(2) - 4 = -6m \\ t = 3 \Rightarrow x &= (3)^2 - 3(3) - 4 = -4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = -4 - (-6) = +2$$

پس مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی داده شده با اندازه‌ی جابه‌جایی برابر می‌باشد و داریم:

مسافت طی شده = ۲

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{مدت زمان}} = \frac{2}{3-2} = \frac{2}{1} = 2 \frac{m}{s}$$

از $t = 0$ تا $t = 4$ حرکت با شتاب ثابت $-\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ می‌باشد و سرعت در لحظه $t = 4$ برابر است با:

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = -\frac{2}{3}t + 5 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow V = -\frac{2}{3} \times 4 + 5 = -\frac{2}{3} \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t = \frac{5 + (-\frac{2}{3})}{2} \times 4 = +4m$$

حالا جابه‌جایی در این $4s$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_2 = V \Delta t = -\frac{2}{3} \times 2 = -\frac{4}{3}m$$

از $t = 4$ تا $t = 6$ حرکت با سرعت ثابت است. پس داریم:

$$\text{سرعت در لحظه } t = 6 \text{ برابر } -\frac{2}{3} \frac{m}{s^2} \text{ می‌باشد و از } t = 6 \text{ تا } t = 20 \text{ حرکت با شتاب ثابت } +\frac{1}{3} \frac{m}{s^2} \text{ می‌باشد پس سرعت در لحظه}$$

$t = 20$ برابر است با:

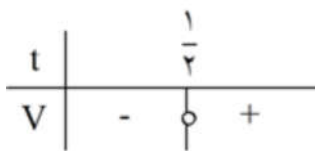
$$V = (t - 6) - \frac{2}{3} \Rightarrow t = 20 \Rightarrow V = (20 - 6) - \frac{2}{3} = 11 \frac{m}{s}$$

$$t = 6 \Rightarrow V = -\frac{2}{3} \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t = \frac{11 - \frac{2}{3}}{2} \times 14 = 56m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = +4 - \frac{4}{3} + 56 = 56m$$

جابه‌جایی نهایی برابر است با:

$$V = \cdot \Rightarrow \gamma t - 1 = \cdot \Rightarrow t = \frac{1}{\gamma}$$



طی دو مرحله به دست آورید. یکبار اندازه جابه‌جایی $t = 0$ تا $t = \frac{1}{4}$ و بار دیگر از $t = \frac{1}{4}$ تا $t = \frac{1}{2}$ به دست

$$x = t^2 - t - 6 \quad \text{آوريد.}$$

$$t = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\gamma} - \frac{1}{\gamma} - \varphi = -\varphi/\gamma\Delta \Rightarrow \Delta x_1 = -\varphi/\gamma\Delta - (-\varphi) = -\cdot/\gamma\Delta \Rightarrow |\Delta x_1| = \cdot/\gamma\Delta$$

$$t = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = -\hat{r}/\gamma\Delta \Rightarrow \Delta x_{\gamma} = \hat{r} - (-\hat{r}/\gamma\Delta) = 1\gamma/\gamma\Delta \Rightarrow |\Delta x_{\gamma}| = 1\gamma/\gamma\Delta$$

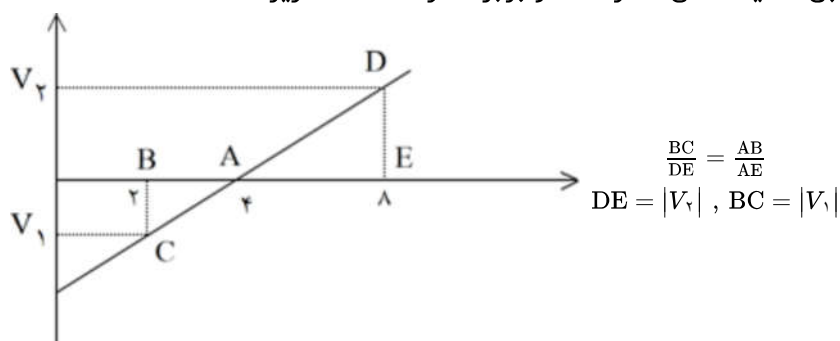
در نتیجه مسافت طی شده از $t = 0$ تا $t = 4$ برابر است با:

$$L = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 4/25 + 12/25 = 16/25(m)$$

شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در لحظات t_1 و t_2 را به هم وصل می‌کند، مطابق شکل بیش‌تر از شیب خطی است که دو نقطه از نمودار را در لحظات t_2 و t_3 به هم وصل می‌کند. در نتیجه اندازه سرعت متوسط از t_1 و t_2 بیش‌تر از t_2 تا

$$|\overline{V}_{t_1 \rightarrow t_2}| > |\overline{V}_{t_2 \rightarrow t_3}| \text{ است } t_3$$

مثلث ABC با مثلث ADE متشابه است و طبق قضیه تالس اندازه V_2 دو برابر اندازه V_1 است، زیرا:



$$|V_{\gamma}| = 2 |V_1| \iff \frac{|V_{\gamma}|}{|V_1|} = 2 \iff \frac{|V_1|}{|V_{\gamma}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه:

پس داریم:

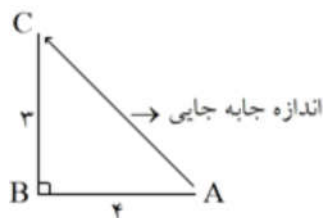
$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \uparrow_{t_1 \sqcup t_2} &= \frac{\cdot \cdot V_1}{\varphi \cdot \varphi} \Rightarrow \left| \overrightarrow{a} \right| = \frac{|V_1|}{\varphi \cdot \varphi} = \frac{|V|}{\varphi} \Rightarrow \frac{\left| \overrightarrow{a} \right|}{\varphi \uparrow \sqcup} = \frac{|V|}{\varphi} \\ \overrightarrow{a} \uparrow_{t = \varphi \sqcup t = \wedge} &= \frac{V_1 \cdot \cdot}{\varphi \cdot \varphi} \Rightarrow \left| \overrightarrow{a} \right| = \frac{\varphi |V_1|}{\varphi} \Rightarrow \frac{\left| \overrightarrow{a} \right|}{\varphi \uparrow \sqcup} = \frac{\varphi |v_1|}{\varphi} = \end{aligned}$$

روش دوم: نمودار $V-t$ خط راست است، پس شتاب ثابت است. نسبتشان برابر ۱ می‌شود.

$$L_{AB} + L_{BC} = 4 + 3 = 7$$

مسافت طی شده برابر با طول مسیر می باشد.

اندازه جابه‌جایی برابر فاصله‌ی مستقیم نقطه‌ی انتها از ابتدای مسیر می‌باشد که در این‌جا از دو روش می‌توان حل کرد: روش اول: از راه فیثاغورث:



$$\text{اندازه جابه‌جایی} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

روش دوم: استفاده از فرمول فاصله‌ی دو نقطه در ریاضیات:

مختصات نقطه‌ی A برابر است با (3, 0) و C برابر است با (-1, 3) و داریم:

$$\text{فاصله دو نقطه} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (3 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$x_2 - x_1 = -1 - 3 = -4$$

$$\Rightarrow \Delta r = -4i + 3j$$

$$y_2 - y_1 = 3 - 0 = 3$$

و برای یافتن بردار جابه‌جایی داریم:

مسافت طی شده = طول AB + طول BC

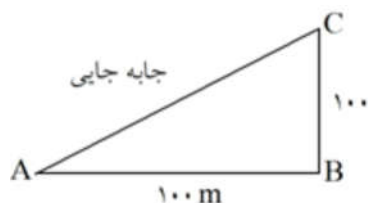
$$L_{AB} = 100$$

$$L_{AB} = \frac{1}{2} (2\pi R) = \frac{1}{2} 2\pi \times 50 = 50\pi$$

$$\text{مسافت طی شده} = 100 + 50\pi$$

و طول BC برابر نصف محیط دایره می‌باشد:

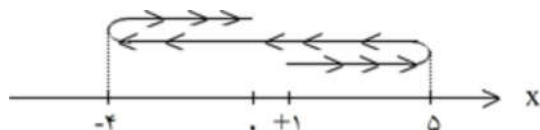
جابه‌جایی نیز برابر است با:



$$\text{اندازه‌ی جابه‌جایی} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}$$

۱) جابه‌جایی کمیتی برداری و مسافت طی شده کمیتی عددی یا نرده‌ای است.

۲) مسافت طی شده همواره به صورت عددی مثبت بیان می‌شود اما جابه‌جایی به صورت بردار بیان می‌شود.



همان‌گونه که از مسیر حرکت ذره روی محور x مشخص است متحرک در $x = +5$ بیش‌ترین فاصله از مبدأ مختصات را دارد. و همان‌طور که می‌بینید حرکت از +1 تا +5 بدون تغییر جهت و روی خط راست بوده پس مسافت طی شده و

$$L = |\Delta x| = 5 - 1 = 4$$

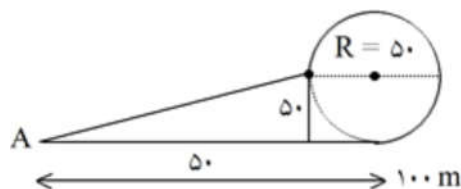
جابه‌جایی برابر است با:

برای محاسبه‌ی تندى متوسط ابتدا مسافت طى شده را به دست مى‌آوريم.

$$L = 100m + \frac{3}{4}(\text{محیط دایره}) = 100 + \frac{3}{4}(2\pi \times 50) = 100 + 225 = 325$$

$$\text{تندى متوسط} \Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{325}{2 \times 60} = \frac{325}{120} = \frac{325}{120} \frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی سرعت متوسط ابتدا اندازه‌ی جابه‌جایی را به دست مى‌آوريم.



$$\text{اندازه جابه جایی} = \sqrt{50^2 + 50^2} = 50\sqrt{2}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{50\sqrt{2}}{2 \times 60} = \frac{5\sqrt{2}}{12} \frac{m}{s}$$

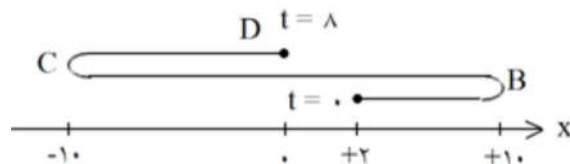
برای محاسبه‌ی سرعت متوسط باید ابتدا جابه‌جایی را به دست آوريم:

$$x_{t=8} - x_{t=0} = 0 - 2 = -2m$$

$$\text{بردار جابه‌جایی} \Delta x = -2i$$

$$V_{av} = \frac{-2i}{8} = -\frac{1}{4}i$$

برای محاسبه‌ی تندى متوسط ابتدا باید مسافت طى شده را به دست آورد: متحرک روی محور x در لحظه‌ی $t = 0$ در مکان +۲ بوده و سپس به +۱۰ رفته سپس برگشته و به -۱۰ رفته و سپس برگشته و به مکان صفر رفته و مسیر متحرک روی



محور x مطابق شکل روبه‌رو است.

$$\text{مسافت طى شده} \Rightarrow L = L_{AB} + L_{AC} + L_{CD} = 8 + 20 + 10 = 38$$

$$\text{تندى متوسط} \Rightarrow S_{av} = \frac{38}{8} = \frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی تندى ابتدا باید مسافت طى شده را محاسبه کرد.

مسافت طى شده طول مسیر حرکت مى‌باشد. يعنى:

$$L = L_{AB} + L_{BC} = \sqrt{(4-1)^2 + (0-0)^2} + \sqrt{(4-4)^2 + (5-0)^2} = 3 + 4 = 7$$

جابه‌جایی برابر فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا از انتهای مسیر مى‌باشد يعنى کافی است، فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا و انتهای مسیر را از

$$\text{یک دیگر به دست آوريم.} \quad d = \sqrt{(4-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

زمان سپری شده برای مسافت طى شده و جابه‌جایی یکسان مى‌باشد، پس داریم:

$$\bar{S} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow \bar{S} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t}$$

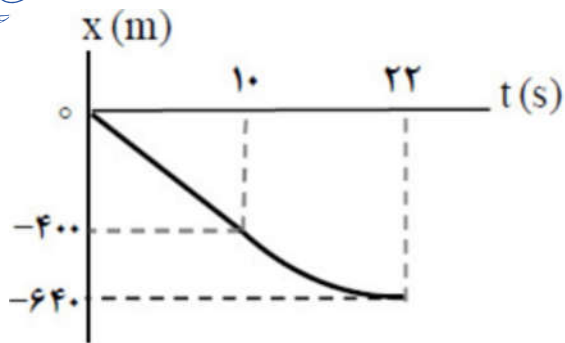
حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت بوده، اما در مورد میزان سرعت و مدت زمان حرکت نمی‌توان اظهار نظر کرد.

متحرک در $t_1 = 4$ برای دومین بار از مبدأ عبور کرده پس باید تندى متوسط را از $t = 0$ تا $t_1 = 4$ به دست آوريم:

مسافت طى شده از $t = 0$ تا $t_1 = 4$ برابر است با:

$$L = |3-2| + |-4-3| + |0-(-4)| = 1 + 7 + 4 = 12$$

$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$



الف) $\Delta x = (-40 \times 10) + \left(\frac{(-40) \times 12}{2} \right) = -640 \text{ m}$

۸۶

ب) رسم درست نمودار شامل: راست بودن خط نمودار در مرحله اول
 منحنی با شیب کم‌شونده در مرحله دوم
 صفر شدن شیب نمودار در ثانیه ۲۲ (ص ۲۱)

شکل الف - زیرا متحرک در هر لحظه از زمان صرفاً در یک مکان می‌تواند باشد. (ص ۲۳)

۸۷

الف) افزایش (ص ۱۰)

۸۸

ب) $l = 8 + 2 = 10 \text{ m}$ (ص ۲)

ت) کمتر

پ) است

ب) جهت

الف) تندشونده

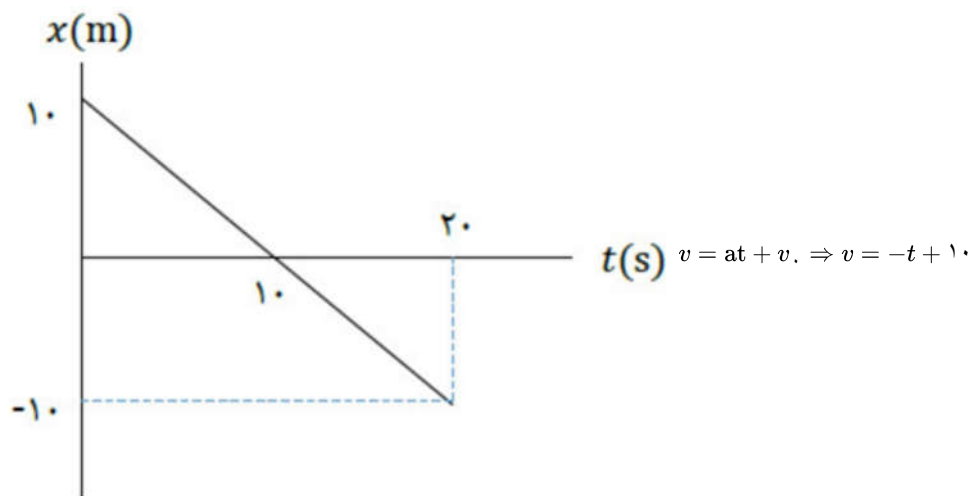
۸۹

(ص ۱۱ و ۱۲)

الف) $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 100 - 400 = 2a \times 37/5 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$

ب) $v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{10 + 20}{2} = 15 \frac{m}{s}$ (ص ۱۷)

۹۰



۹۱

ابتدا تندی متحرک کاهش یافته و سپس افزایش می‌یابد. (ص ۲۱)

واکنش

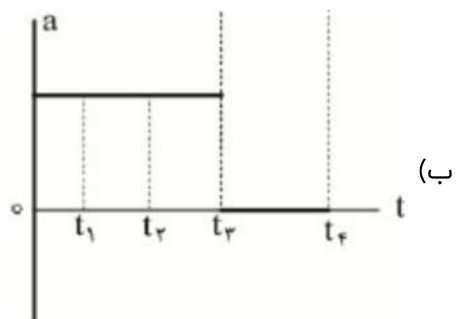
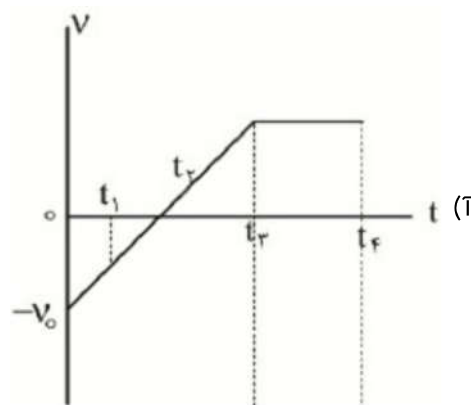
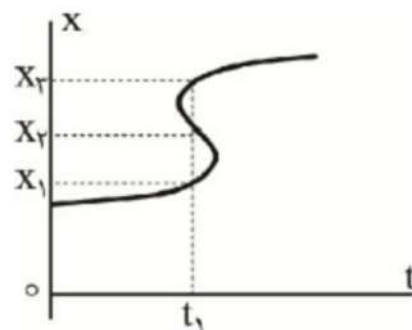
۹۲

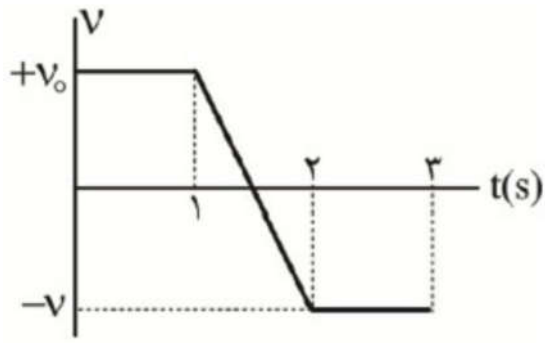
سرعت (ص ۳)

۹۳

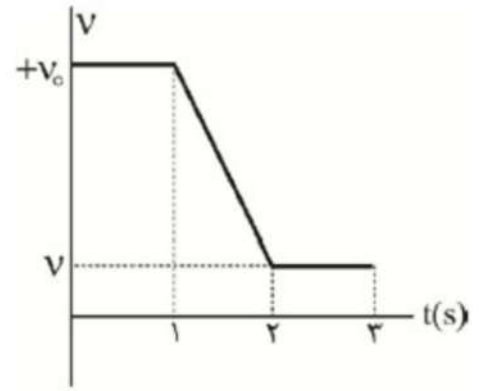
نادرست - نمودار $(x - t)$ باید همواره یک به یک باشد.

متحرک نمی‌تواند در یک لحظه (t_1) در چند مکان باشد (x_3, x_2, x_1) .

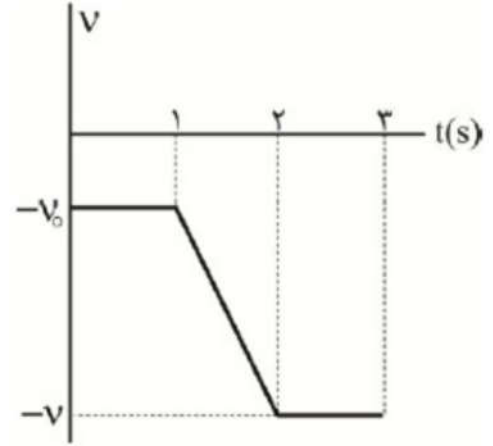




شکل ب



شکل آ



شکل پ

تغییر سرعت ۹۷

۹۸

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 10 = \frac{\Delta x_1}{\frac{1}{5}\Delta t} \Rightarrow \Delta x_1 = 10 \times \frac{1}{5}\Delta t = 2\Delta t$$

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 20 = \frac{\Delta x_2}{\frac{2}{5}\Delta t} \Rightarrow \Delta x_2 = 20 \times \frac{2}{5}\Delta t = 8\Delta t$$

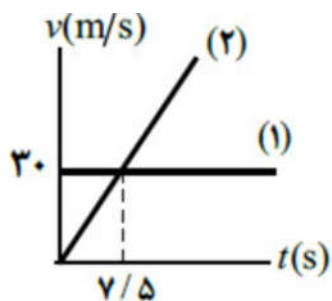
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \frac{1}{5}\Delta t + \frac{2}{5}\Delta t + \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{2}{5}\Delta t$$

$$v_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \Rightarrow 15 = \frac{\Delta x_3}{\frac{2}{5}\Delta t} \Rightarrow \Delta x_3 = 15 \times \frac{2}{5}\Delta t = 6\Delta t$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{2\Delta t + 8\Delta t + 6\Delta t}{\Delta t} = 16 \frac{m}{s}$$

الف) $v, t = \frac{1}{\gamma} a, t^{\gamma}$

ب) $۳۰ \cdot t = \frac{1}{\gamma} (۴) t^{\gamma} \Rightarrow t = ۱۵s$



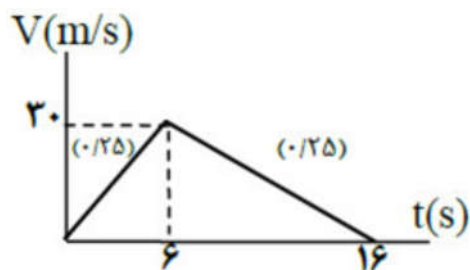
نادرست

۱۰۰

بله - چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۱۰۱

الف) $V = at + V_0 \Rightarrow V = ۵ \times ۶ = ۳۰ \frac{m}{s}$
 $V = (-۳ \times ۱۰) + ۳۰ = ۰ \frac{m}{s}$



۱۰۲

ب) $l = \Delta x = \frac{1}{\gamma} at^{\gamma} + V_0 t = \frac{1}{\gamma} (-۳) \times ۱۰۰ + (۳۰ \times ۱۰) = ۱۵۰m$