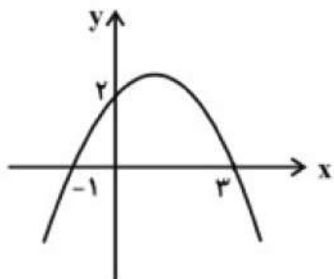


۱ با توجه به نمودار سهمی مقابل، ضابطه‌ی سهمی کدام است؟



$y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ (۴)
 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ (۳)
 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ (۲)
 $y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ (۱)

۲ اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - x - 5 = 0$ باشند، مقدار $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

$-\frac{21}{10}$ (۴)
 $-\frac{21}{5}$ (۳)
 $-\frac{23}{10}$ (۲)
 $-\frac{23}{5}$ (۱)

۳ مسیر طی شده توسط وزنه یک پرتابگر در مسابقه‌ای از رابطه $y = -\frac{8}{6}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$ به دست می‌آید. بیشترین ارتفاع طی شده توسط وزنه در این پرتاب چقدر است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)
 $\frac{4}{3}$ (۳)
 $\frac{1}{2}$ (۲)
 ۱ (۱)

۴ مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 24$ کدام است؟

۴ (۲) ۶ (۱)
 معادله فاقد ریشه حقیقی است. (۴) ۳ (۳)

۵ اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 3ax - 1 = 0$ و $\alpha^2 + \beta^2 = 3/25$ باشد، مقدار a کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)
 $\frac{1}{2}$ (۳)
 -۱ (۲)
 ۱ (۱)

۶ کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

$x = 3/5$ (۴)
 $x = 3$ (۳)
 $x = 2/5$ (۲)
 $x = 2$ (۱)

۷ معادله درجه دومی که ریشه‌های آن به صورت $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ و $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ باشد، کدام است؟

$2x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$ (۲)
 $2x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$ (۱)
 $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$ (۴)
 $x^2 + \sqrt{6}x - 1 = 0$ (۳)

۸ معادله $(x^2 - 6x)^2 + 2(x^2 - 6x) = 6^3$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۸

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۹ اگر α و β ریشه‌های $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند $\alpha^2 + \beta^2$ کدام گزینه است؟

۹

۱۹ (۱)

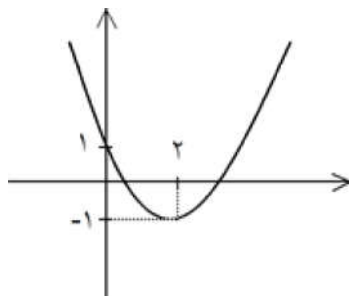
۲۰ (۲)

۲۸ (۳)

۱۸ (۴)

۱۰ نمودار مقابل مربوط به کدام گزینه است؟

۱۰



$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$ (۴)

$y = 4x^2 + x + 1$ (۳)

$y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ (۲)

$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 1$ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، صفرهای تابع $x' = -۱$ و $x'' = ۳$ می‌باشند. داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'') = a(x + 1)(x - 3) \\ f(0) &= 2 \Rightarrow 2 = a(0 + 1)(0 - 3) \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \\ \Rightarrow f(x) &= -\frac{2}{3}(x + 1)(x - 3) = -\frac{2}{3}(x^2 - 2x - 3) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \alpha + \beta &= \frac{-b}{a} = \frac{1}{3}, \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{5}{3} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{\frac{1}{9} - 2\left(-\frac{5}{3}\right)}{-\frac{5}{3}} = -\frac{21}{10} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مسیر طی شده توسط وزنه، معادله سهمی است. بنابراین برای محاسبه بیشترین ارتفاع،

باید عرض رأس سهمی را پیدا کنیم. در حالت کلی برای سهمی با معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، عرض رأس سهمی عبارت

است از $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$

بنابراین در این سؤال با توجه به $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$ ، مقدار $a = -\frac{1}{6}, b = \frac{4}{3}, c = 1$

$$y = \frac{4\left(-\frac{1}{6}\right)(1) - \left(\frac{4}{3}\right)^2}{4\left(-\frac{1}{6}\right)} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x^2 - 3x = t$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} t^2 - 2t &= 24 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t + 4) = 0 \Rightarrow t = 6, t = -4 \\ \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه ها } S = 3 \\ x^2 - 3x = -4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه حقیقی} \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های حقیقی این معادله برابر با ۳ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} S &= -\frac{-3a}{2a} = \frac{3}{2}, P = \frac{-1}{2a} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= 3/25 \\ \Rightarrow S^2 - 2P &= \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{1}{a} = \frac{13}{4} \Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$\begin{aligned} m &> 0 \\ \min &= 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{24 - m(5m - 1)}{m} = -2 \\ 36 - 5m^2 + m &= -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/5 \text{ غ ق} \\ m = 3 \text{ ق ق} \end{cases} \\ \text{محور تقارن: } x &= -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2 \end{aligned}$$

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

باید مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا کنیم.

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} \\
 \Rightarrow S^2 &= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\
 \Rightarrow S^2 &= 4 + 2(1) = 6 \Rightarrow S = \sqrt{6} \\
 P &= \sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{6} - \sqrt{3} = 1 \\
 \text{معادله: } x^2 - Sx + P &= 0 \Rightarrow x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0
 \end{aligned}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6x &= t \Rightarrow t^2 + 2t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-4) = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ یا } t = -3 \\
 x^2 - 6x &= 4 \Rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases} \\
 x^2 - 6x &= -3 \Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3
 \end{aligned}$$

۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3 \\ p = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1 \end{cases} &\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 = 7 \\
 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 &= 2 \times 3 - 1 = 5
 \end{aligned}$$

۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 S \Big|_{-1}^2 &\Rightarrow y = a(x-2)^2 - 1 \xrightarrow[y=1]{x=1} 1 = 4a - 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1 \\
 &= \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1
 \end{aligned}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

