

۱ اگر  $x = -3$  یک ریشه‌ی معادله‌ی  $4x^2 + 7x - m = 0$  باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- ۱  $\frac{5}{4}$     
 ۲  $-\frac{5}{4}$     
 ۳  $\frac{19}{4}$     
 ۴  $-\frac{19}{4}$

۲ ریشه‌های کدام معادله معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  است؟

- ۱  $bx^2 + ax + c = 0$     
 ۲  $cx^2 + bx + a = 0$     
 ۳  $ax^2 + bx - c = 0$     
 ۴  $cx^2 - bx + a = 0$

۳ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله  $x^2 - x - 5 = 0$  باشند، مقدار  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{23}{5}$     
 ۲  $-\frac{23}{10}$     
 ۳  $-\frac{21}{5}$     
 ۴  $-\frac{21}{10}$

۴ مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 24$  کدام است؟

- ۱ ۶    
 ۲ ۴    
 ۳ ۳    
 ۴ معادله فاقد ریشه حقیقی است.

۵ ریشه‌های کدام معادله به صورت  $3 \pm \sqrt{7}$  است؟

- ۱  $x^2 + 6x + 2 = 0$     
 ۲  $x^2 - 2x + 6 = 0$     
 ۳  $x^2 - 2x - 6 = 0$     
 ۴  $x^2 - 6x + 2 = 0$

۶ اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{m} - \frac{1}{3} = 0$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- ۱  $-\frac{2}{8}$     
 ۲  $\frac{3}{8}$     
 ۳  $\frac{8}{3}$     
 ۴  $-\frac{8}{3}$

۷ اگر مجموع دو عدد حقیقی ۵ و حاصل ضرب آن‌ها ۲ باشد، آن‌گاه یکی از آن دو عدد برابر است با:

- ۱  $5 + \sqrt{17}$     
 ۲  $-5 + \sqrt{17}$     
 ۳  $\frac{5 - \sqrt{17}}{2}$     
 ۴  $\frac{-5 - \sqrt{17}}{2}$

۸ مجموع جواب‌های معادله‌ی  $(2x - 1)^2 - 6(2x - 1) = 7$  کدام است؟

- ۱ ۶    
 ۲ ۴    
 ۳ ۵    
 ۴ ۳

۹ به‌ازای کدام مقادیر  $m$ ، ریشه‌های معادله‌ی  $mx^2 + 2x + 2 = m^2$  معکوس یکدیگرند؟

- ۱ فقط ۱    
 ۲ فقط ۲-    
 ۳ ۱ و ۲-    
 ۴ ۲ و ۱-

۱۰ اگر  $x = -۲$  ریشه‌ای از معادله‌ی  $x^۲ + ۳x + k + ۱ = ۰$  باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

$-۲k$  ۴

$۲k$  ۳

$k$  ۲

$-k$  ۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = -3 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{5}{4} \Rightarrow -3 + \beta = -\frac{5}{4} \Rightarrow \beta = 3 - \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ریشه‌های معادله‌ی اولیه را  $\alpha$  و  $\beta$  می‌نامیم، پس ریشه‌های معادله‌ی جدید  $\frac{1}{\beta}$  و  $\frac{1}{\alpha}$  خواهند بود.

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$S' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c}$$

$$P' = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{a}{c}$$

$$\text{معادله‌ی جدید} : x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0 \xrightarrow{\times c} cx^2 + bx + a = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2}, \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - 2\left(-\frac{5}{2}\right)}{-\frac{5}{2}} = -\frac{21}{10}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر  $x^2 - 2x = t$  خواهیم داشت:

$$t^2 - 2t = 24 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t + 4) = 0 \Rightarrow t = 6, t = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 6 \Rightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = S = 2 \\ x^2 - 2x = -4 \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه حقیقی} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های حقیقی این معادله برابر با ۳ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = 3 + \sqrt{7} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 6 \Rightarrow x^2 - 6x + 2 = 0 \\ P = \alpha\beta = 9 - 7 = 2 \end{cases}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. حاصل ضرب ریشه‌ها در معادله‌ی درجه دوم برابر  $\frac{c}{a}$  است.

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{1}{4} x_2 = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{1}{4} x_2 = -\frac{1}{4} \Rightarrow x_2 = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک معادله‌ی درجه دوم می‌توان نوشت:

$$S = 5, P = 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 8 = 17 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک تغییر متغیر داریم:

۸

$$(2x-1)^2 - 6(2x-1) = 7 \xrightarrow{2x-1=t} t^2 - 6t - 7 = 0$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{تجزیه} \\ \text{اتحاد یک جمله مشترک}}} (t+1)(t-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow 2x-1 = -1 \\ t = 7 \Rightarrow 2x-1 = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹

نکته: اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

با توجه به آنکه ریشه‌های معادله‌ی  $mx^2 + 3x + 2 - m^2 = 0$  معکوس یکدیگرند، حاصل ضرب آن‌ها برابر یک است: یعنی

$$P = \frac{c}{a} = 1$$

$$m = 1 : x^2 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 9 > 0} \text{دو ریشه دارد} \checkmark$$

$$m = -2 : -2x^2 + 3x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = 9 - 16 < 0} \text{ریشه ندارد} \times$$

پس فقط  $m = 1$  قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۰

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow (-2) + x_2 = \frac{-2}{1} \Rightarrow x_2 = -1 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow (-2)(-1) = \frac{k+1}{1} \Rightarrow k+1 = 2 \end{cases} \Rightarrow k = 1 = -x_2 \Rightarrow x_2 = -k$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴