

۱ حاصل ضرب ریشه‌های معادله $(x^2 - 3x)^2 + 2(x^2 - 3x) = 8$ کدام است؟

- ۸ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۸ (۴)

۲ حاصل ضرب جواب‌های معادله $\left(\frac{x^2}{3} - 1\right)^2 - \left(\frac{x^2}{3} - 1\right) - 2 = 0$ کدام است؟

- ۹ (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) صفر (۴)

۳ مجموع مربعات ریشه‌های معادله $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ کدام است؟

- ۴ (۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۴ علی برای حل معادله $f(x) = 0$ از روش تغییر متغیر استفاده کرده و به معادله $t^2 + 5t = -6$ رسیده است. اگر معادله اصلی هیچ جوابی نداشته باشد، این معادله کدام می‌تواند باشد؟

$(x^2 - 5)^2 + 5(x^2 - 5) - 6 = 0$ (۲) $(x^2 - 3)^2 + 5(x^2 - 3) + 6 = 0$ (۱)

$(x^2 - 1)^2 + 5(x^2 - 1) + 6 = 0$ (۴) $(x^2 + 1)^2 + 5(x^2 + 1) - 6 = 0$ (۳)

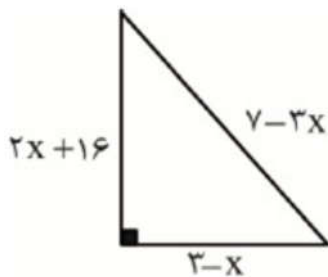
۵ معادله $(x^2 + x + 1)^2 + 3(x^2 + x + 1) - 4 = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- چهار ریشه (۱) دو ریشه (۲)
دو ریشه‌ی متفاوت و یک ریشه‌ی مضاعف (۳) دو ریشه‌ی مضاعف (۴)

۶ ریشه کوچک‌تر معادله $5x^2 - 13x + 6 = 0$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۲ (۴)

۷ مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، کدام است؟



- ۳۰ (۴) ۴۰ (۳) ۵۰ (۲) ۶۰ (۱)

۸ اگر یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - (3 - m)x + 5 = 0$ برابر با -5 باشد، m و ریشه دیگر کدام است؟

۱۴, $-\frac{1}{4}$ (۴)

$-8, \frac{1}{4}$ (۳)

۱۴, $\frac{1}{4}$ (۲)

$-8, -\frac{1}{4}$ (۱)

۹ اگر یکی از ریشه‌های $2x^2 + mx + 5 = 0$ برابر ۵ باشد m کدام است؟

۱۰ (۴)

۵ (۳)

-5 (۲)

-11 (۱)

۱۰ مجموع مربعات دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر ۱۰۰ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$x^2 - 3x = t \Rightarrow t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow x^2 - 3x = 2 \Rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow P = -2 \\ t = -4 \Rightarrow x^2 - 3x = -4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲

$$\frac{x^2}{3} - 1 = t \Rightarrow t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ t = -1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 1 = -1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

بنابراین حاصل ضرب جوابها برابر صفر است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این معادله از تغییر متغیر $x^2 = t$ استفاده می‌کنیم.

۳

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t + 1)(t - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \text{ ریشه ی حقیقی ندارد.} \\ x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 4 + 4 = 8 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴

نکته: برخی از معادلات را می‌توان با یک تغییر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن، با رجوع به تغییر متغیر، مقادیر مجهول اصلی معادله‌ی اولیه را یافت.

علی به معادله‌ی $t^2 + 5t = -6$ رسیده است، پس داریم:

$$t^2 + 5t + 6 = 0 \Rightarrow (t + 2)(t + 3) = 0 \Rightarrow t = -2, t = -3$$

کافی است در هر گزینه، ۲ شرط را چک کنیم. یکی اینکه با گرفتن تغییر متغیر به معادله‌ی فوق برسیم و همچنین با قرار دادن جوابهای t برای عبارتی که t در نظر گرفته‌ایم، جوابی نداشته باشیم. تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1 \text{ گزینه‌ی } x^2 - 3 = t \Rightarrow t^2 + 5t + 6 = 0 \quad \checkmark$$

$$, x^2 - 3 = -2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \times$$

$$2 \text{ گزینه‌ی } : x^2 - 5 = t \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0 \quad \times$$

$$3 \text{ گزینه‌ی } : x^2 + 1 = t \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0 \quad \times$$

$$4 \text{ گزینه‌ی } : x^2 - 1 = t \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0 \quad \checkmark$$

$$, x^2 - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ جواب ندارد و } x^2 - 1 = -3 \Rightarrow x^2 = -2 \text{ جواب ندارد}$$

بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x^2 + x + 1 = X$ داریم:

۵

$$X^2 + 3X - 4 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} 0$$

$$\begin{cases} \text{ریشه ی ساده } x = 0 \\ \text{ریشه ی ساده } x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = 1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \\ X = -4 \Rightarrow x^2 + x + 1 = -4 \Rightarrow x^2 + x + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه } 2 \\ \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با محاسبه دلتا داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4(5)(6) = 169 - 120 = 49 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 \pm 7}{2(5)} = 2, \frac{6}{10}$$

بنابراین ریشه کوچکتر برابر $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ است.

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

رابطه فیثاغورت: $(7 - 3x)^2 = (3 - x)^2 + (2x + 16)^2$

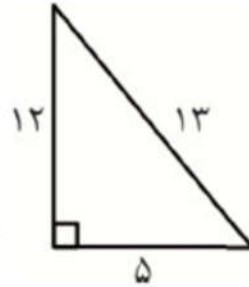
$$49 + 9x^2 - 42x = 9 + x^2 - 6x + 4x^2 + 64x + 256$$

$$x^2 - 25x - 54 = 0$$

$$(x - 27)(x + 2) = 0$$

$x = 27$ غ ق چون طول اضلاع منفی می شود

$$\boxed{x = -2} \Rightarrow$$



$$S_{\Delta} = \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = -5$ در معادله صدق می کند، داریم:

۸

$$2(25) - (3 - m)(-5) + 5 = 0 \Rightarrow 50 + 15 - 5m + 5 = 0 \Rightarrow 5m = 70 \Rightarrow m = 14$$

$$2x^2 + 11x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 121 - 40 = 81 \Rightarrow x = \frac{-11 \pm 9}{4} \Rightarrow \begin{cases} -5 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = 5 \Rightarrow 50 + 5m + 5 = 0 \Rightarrow 5m = -55 \Rightarrow m = -11$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰

دو عدد زوج متوالی $\begin{cases} 2x \\ 2x+2 \end{cases} \Rightarrow (2x)^2 + (2x+2)^2 = 100 \Rightarrow 4x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 100$

$$\xrightarrow{-4} 2x^2 + 2x + 1 = 25 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow \frac{(2x+8)(2x-6)}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ ق ق} \\ x = -4 \text{ غ ق} \end{cases} \xrightarrow{x=3} \begin{cases} 2x = 6 \\ 2x+2 = 8 \end{cases}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴