

۱ از رابطه‌های $a|n-1$ و $a|n+3$ ، کدام رابطه نتیجه می‌شود؟

- ۱ $a|5$ ۲ $a|7$ ۳ $a|11$ ۴ $a|13$

۲ اگر a و b دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a|b$ ، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱ $a^2|b^2$ ۲ $a^2|b$ ۳ $a|b^2$ ۴ $a|3b$

۳ عدد $37!$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

- ۱ 38 ۲ 39 ۳ 40 ۴ 41

۴ کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد طبیعی 12 برابر تفاضل آن‌هاست. اگر مجموع دو عدد 112 باشد، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد کدام است؟

- ۱ 4 ۲ 7 ۳ 8 ۴ 16

۵ رقم یکان عدد $177^{53}!$ برابر است با:

- ۱ 1 ۲ 9 ۳ 6 ۴ 7

۶ باقیمانده تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد 13 کدام است؟

- ۱ 7 ۲ 6 ۳ 5 ۴ 4

۷ در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b باقیمانده و خارج قسمت q است. اگر 3 واحد از مقسوم علیه کم شود، 5 واحد به خارج قسمت اضافه شده و باقیمانده صفر می‌شود، q کدام است؟

- ۱ 9 و 4 ۲ 8 و 5 ۳ 10 و 5 ۴ 10 و 8

۸ در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم‌علیه و خارج قسمت اعدادی اول و باقیمانده برابر 11 است. خارج قسمت این تقسیم کدام است؟

- ۱ 2 ۲ 3 ۳ 5 ۴ 7

۹ در تقسیم عدد صحیح a بر عدد صحیح b ، خارج قسمت و باقی‌مانده به ترتیب q و r هستند. کدام رابطه همواره درست است؟

- ۱ $(a, r) = (b, r)$ ۲ $(a, b) = (b, r)$
۳ $(a, q) = (b, q)$ ۴ $(a, b) = (a, r)$

۱۰ با حروف کلمه‌ی pipe چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان ساخت؟

- ۱ 12 ۲ 6 ۳ 3 ۴ 4

۱۱) رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه رقمی a که در رابطه‌ی همنهشتی $12 \equiv 26a \pmod{18}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۲) باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد 1391^{2012} بر عدد ۱۱ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۳) کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد برابر واسطه‌ی عددی آن‌ها است. تفاضل این دو عدد کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) عددی کوچک‌تر

۱۴) باقیمانده‌ی عدد 13^{15} بر عدد ۱۷ کدام است؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۵) اگر $92s + 345r = 23$ باشد، بزرگ‌ترین عدد منفی $r+s$ کدام است؟

- ۱) -۹ ۲) -۸ ۳) -۷ ۴) -۶

۱۶) تعداد اعداد طبیعی کمتر از ۳۸۵ که نسبت به آن اول باشند، کدام است؟

- ۱) ۱۸۰ ۲) ۲۲۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۰۰

۱۷) درستی کدامیک از گزاره‌های زیر را می‌توان با استفاده از مثال نقض رد کرد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) هر گاه n مضرب ۴ باشد، آن‌گاه n^2 مضرب ۸ است.
۲) هر گاه n مضرب ۸ باشد، آن‌گاه n^2 مضرب ۸ است.
۳) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده‌ی ۱ می‌آورد.
۴) هر عدد اول فرد به یکی از دو صورت $2^n - 1$ یا $2^n + 1$ می‌باشد.

۱۸) کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{Z} : -185 - 16x \geq 0\}$ کدام است؟

- ۱) ۷ ۲) ۱۱ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۹) برای دو عدد صحیح a, b ($a \neq 0$) اگر $a^2 | b^2$ ، آن‌گاه کدام رابطه‌ی زیر همواره درست نیست؟

- ۱) $a | b$ ۲) $a^2 | b$ ۳) $a^4 | b^5$ ۴) $a | b^2$

۲۰) اگر دو عدد $1 + n^2$ و $4 + n^2$ نسبت به هم اول نباشند، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۷ ۳) ۱۹ ۴) ۲۳

۲۱) با اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به چند طریق می‌توان ۵۱۰۰ تومان پرداخت کرد به طوری که هر مرتبه حداقل ۳ اسکناس ۲۰۰ تومانی استفاده شود؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۲) باقی‌مانده‌ی 1377^{1998} بر ۱۱ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) ۳

باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $8^{12} + 7^{12} + 6^{12} + 5^{12}$ بر عدد ۷ کدام است؟ (۲۳)

- ۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

کدام گزاره مثال نقض ندارد؟ (۲۴)

- ۱) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آن‌گاه $ac < bd$. (۲) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آن‌گاه $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$.
۳) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آن‌گاه $a - c < b - d$. (۴) اگر $a < b$ و $c < d$ باشد، آن‌گاه $a - d < b - c$.

مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی ۲ رقمی که اگر به مبنای ۲، ۵ و ۷ برده شود رقم سمت راست آن‌ها به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۴ خواهد بود، کدام است؟ (۲۵)

- ۱) ۱۵ (۲) ۱۳ (۳) ۸ (۴) ۹

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $d = 7$ و کوچک‌ترین مضرب مشترک این دو عدد $D = 420$. مجموع دو عدد کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ (۲۶)

- ۱) ۱۳۳ (۲) ۲۲۴ (۳) ۱۶۱ (۴) ۱۱۹

باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $(1390)^{1390}$ بر نود کدام است؟ (۲۷)

- ۱) صفر (۲) ۵۴ (۳) ۳۶ (۴) ۹

تعداد عضوهای مجموعه $\left\{ n : 65 \mid \frac{n}{2+1} \right\}$ از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰ کدام است؟ (۲۸)

- ۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

رقم یکان عدد 13^{15} کدام است؟ (۲۹)

- ۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد $7 + 12n$ و $5n - 2$ نسبت به هم اول نباشند، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد، کدام است؟ (۳۰)

- ۱) ۵۹ (۲) ۶۷ (۳) ۸۳ (۴) ۸۹

اگر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۱۲ باشد، کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها کدام عدد می‌تواند باشد؟ (۳۱)

- ۱) ۴۰ (۲) ۸۴ (۳) ۶۶ (۴) ۱۰۰

چند عدد دو رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟ (۳۲)

- ۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

بزرگ‌ترین شمارنده و کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد به ترتیب ۱۲ و ۱۸۰ می‌باشند. اگر این دو عدد بر هم بخش‌پذیر نباشند، مجموع آن دو کدام است؟ (۳۳)

- ۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴) ۱۰۸

۳۴ اگر $a - b \mid a + b$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری در حالت کلی نمی‌تواند درست باشد؟

$a - b \mid 3a - b$ (۲) $a - b \mid 4a - 2b$ (۱)

$a - b \mid 4a + b$ (۴) $a - b \mid 3b - a$ (۳)

۳۵ به‌ازای چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۵۰ عدد $42 + 7^n$ بر ۴۳ بخش‌پذیر است؟

۶ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) ۹ (۱)

۳۶ کدام عدد حکمیت « n نقطه بر روی دایره مفروض را با پاره‌خط‌ها به هم وصل کنیم. سطح دایره به 2^{n-1} ناحیه تقسیم می‌شود.» را نقض می‌کند؟

$n = 6$ (۴) $n = 5$ (۳) $n = 4$ (۲) $n = 3$ (۱)

۳۷ مجموع ارقام کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه‌ی $\{451x + 287y \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

۳۸ اگر p و q دو عدد اول متمایز و A و B به ترتیب مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی p و q باشند، آن‌گاه کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی $A \cap B$ چند شمارنده‌ی طبیعی دارد؟

۶ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۳۹ اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و داشته باشیم $[a, b] = (a, b) + 1$ ، $ab - 1$ ، آن‌گاه حاصل $a + b$ کدام است؟

۱۸ (۴) ۲۲ (۳) ۲۳ (۲) ۲۴ (۱)

۴۰ چند نقطه با مختصات صحیح بر منحنی به معادله‌ی $xy - y + x^2 - 3x = 0$ وجود دارد؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۴۱ اگر p و q دو عدد طبیعی باشند و $p^2 = 2q^2$ ، آن‌گاه چند مقدار برای زوج مرتب (q, p) وجود دارد؟

۸ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) هیچ (۱)

۴۲ کدام گزینه‌ی زیر کلیت «هر عدد طبیعی را می‌توان به‌صورت مجموع اعداد متوالی نوشت.» را نقض می‌کند؟

۲۵۶ (۴) ۱۸ (۳) ۵۶ (۲) ۳۴۶ (۱)

۴۳ به حاصل‌ضرب عوامل اول فرد کوچک‌تر از ۱۰۰، یک واحد اضافه کرده‌ایم، عدد جدید چند عامل اول کوچک‌تر از ۱۰۰ دارد؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

۴۴ چند مورد از موارد زیر را می‌توان با برهان خلف ثابت نمود؟

الف- اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که n نیز مضربی از ۳ است.

ب- از یک نقطه خارج یک خط نمی‌توان بیش از یک خط بر آن عمود کرد.

ج- ثابت کنید $\sqrt{3}$ گنگ است.

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

۴۵ در یک تقسیم هرگاه ۳ واحد به مقسوم‌علیه اضافه کنیم، ۸ واحد به مقسوم اضافه شده و ۷ واحد از باقی‌مانده کم می‌شود. خارج قسمت این تقسیم که تغییر نکرده کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۶ چند نقطه با مختصات طبیعی بر منحنی $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$ قرار دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۷ اگر $(a, 6) = 1$ و a دارای n مقسوم علیه مثبت باشد عدد $10^8 a$ چند مقسوم علیه صحیح دارد؟

- ۱) $6n$ ۲) $13n$ ۳) $24n$ ۴) $48n$

۴۸ در یک تقسیم خارج‌قسمت برابر ۱۳ و باقی‌مانده برابر ۴۳ می‌باشد. اگر مقسوم از ۱۰۰۰ کوچک‌تر باشد، مقسوم‌علیه چند مقدار مختلف را می‌تواند اختیار کند؟

- ۱) ۲۹ ۲) ۳۰ ۳) ۳۱ ۴) ۳۲

۴۹ معادله‌ی سیاله‌ی $7x + 5y = 75$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۰ به چند طریق ممکن است مجموع ۳ تاس انداخته شده برابر ۱۲ شود؟

- ۱) ۵۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۵ ۴) ۵۵

۵۱ اگر $xy = zt$ ، در این‌صورت کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

- ۱) $z | x^2 y$ ۲) $xy | zt$ ۳) $t | xy$ ۴) $y | zt$

۵۲ در معادله‌ی $12x - 29y = 7$ ، فرم کلی $x + y$ کدام است؟

- ۱) $17K + 2$ ۲) $41K + 4$ ۳) $41K + 2$ ۴) $17K - 4$

۵۳ بزرگترین عددی که حاصل جمع مکعبات سه عدد صحیح متوالی همواره بر آن بخش‌پذیر است کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

۵۴ برای اثبات نامساوی $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax - by)^2$ با کمک اثبات بازگشتی در نهایت به کدام نامساوی همواره درست می‌رسیم؟

- ۱) $(ax + by)^2 \geq 0$ ۲) $(ax - by)^2 \geq 0$ ۳) $(ay - bx)^2 \geq 0$ ۴) $(ay + bx)^2 \geq 0$

۵۵ معادله‌ی $p^2 = 4q^2$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند دسته جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیشمار

۵۶ اگر p و q و c سه عدد اول باشند و $p^2 - q^2 = c$ باشد، $p + q + c$ چند است؟

- ۱) ۱۰۹ ۲) ۱۳ ۳) ۷۳ ۴) ۴۹

۵۷ در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷ ، باقی‌مانده‌ی تقسیم از مربع خارج‌قسمت آن ۲ واحد کمتر است. بزرگ‌ترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۹

۵۸ این عبارت $(۲a+۳, ۲a-۶)$ چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۹ چند عدد طبیعی کوچک‌تر مساوی ۱۰۰ وجود دارد که مضرب کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه‌ی $A = \{۵۲x + ۱۶۹y + ۷۰ | x, y \in \mathbb{Z}\}$ می‌باشد؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۹ ۴) ۲۰

۶۰ معادله‌ی سیاله‌ی $۹x + ۲۱y = ۷n + ۴$ برای چند مقدار طبیعی n در بازه‌ی $۱۰ \leq n \leq ۲۰$ دارای جواب است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۶۱ اگر $n! | ۱۰۵^{۴۵}$ باشد، کوچک‌ترین مقدار طبیعی n چند است؟

- ۱) ۲۶۶ ۲) ۲۷۳ ۳) ۲۸۰ ۴) ۲۸۷

۶۲ اگر $۸۷b \equiv ۱۱۷a \pmod{۲۱}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱) $۴a \equiv b \pmod{۲۱}$ ۲) $b \equiv ۰ \pmod{۲۱}$ ۳) $a \equiv ۰ \pmod{۲۱}$ ۴) $۴a \equiv b \pmod{۲۱}$

۶۳ به ازای چند مقدار a از مجموعه‌ی $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰۰\}$ معادله‌ی سیاله‌ی $۱۰x + ay = ۹$ در مجموعه‌ی $\mathbb{Z}$ دارای جواب است؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۹۰

۶۴ اگر عدد $a + ۳^{۲۰۰}$ بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶۵ درستی کدامیک از گزاره‌های زیر را نمی‌توان با مثال نقض رد کرد؟

- ۱) عکس هر قضیه‌ی شرطی، خود یک قضیه‌ی شرطی است.
- ۲) هر عدد اول فرد به یکی از دو شکل $۲^n + ۱$ یا $۲^n - ۱$ نمایش داده می‌شود. ($n \in \mathbb{N}$)
- ۳) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر عدد ۳، باقی‌مانده‌ای برابر یک دارد.
- ۴) از وصل کردن n نقطه روی دایره، $۲^{n-۱}$ ناحیه حاصل می‌شود.

۶۶ درستی کدامیک از گزاره‌های زیر با استفاده از مثال نقض رد می‌شود؟

- ۱) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده‌ی ۱ می‌آورد.
- ۲) اگر n عددی طبیعی و $n^۲$ مضرب ۸ باشد، آن‌گاه n مضرب ۴ است.
- ۳) به ازای هیچ دو عدد اول p و q ، عدد $p + q$ اول نیست.
- ۴) عدد ۸ را نمی‌توان به‌صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.

۶۷ به ازای چند عدد اول P ، ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2 - Px + 16 = 0$ اعدادی صحیح و مثبت هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۸ تعداد صفرهای سمت راست عدد $3^7!$ ، چند برابر $(a, 6)$ در رابطه‌ی $a = 6q + 4$ می‌باشد؟ $(a, q \in \mathbb{Z})$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸ (۴)

۶۹ اگر n عدد طبیعی و ب.م.م دو عدد $n+2$ و $n-1$ عددی مخالف ۱ باشد جمع ارقام کوچک‌ترین عدد سه رقمی n کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷ (۴)

۷۰ در اثبات این که « $\sqrt{2}$ عددی گنگ است»، از کدام روش استفاده می‌شود؟

- ۱ (۱) برهان خلف ۲ (۲) رابطه لگاریتم ۳ (۳) بازگشتی ۴ (۴) استقرایی

۷۱ معادله‌ی سیاله‌ای $ax + y = a^2 + 1$ به‌ازای کدام مقدار a جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲۳۲ ۲ (۲) ۱۵۴ ۳ (۳) ۱۴۴ ۴ (۴) به‌ازای هیچ مقدار a ، جواب ندارد.

۷۲ در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت ۷ و باقی‌مانده ۱۷ است. حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم‌علیه اضافه کرد تا مقسوم و خارج‌قسمت تغییری نکنند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۳ اگر $(c, m) = 1$ باشد کدام گزاره شرطی در رابطه همبستگی به پیمان m ممکن است درست نباشد؟

- ۱ (۱) $a \equiv b^n \Rightarrow a \equiv b$ ۲ (۲) $a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$ ۳ (۳) $ac \equiv bc \Rightarrow a \equiv b$ ۴ (۴) $a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$

۷۴ به ازای چند عدد طبیعی a ، $[a, 120] = 600$ می‌باشد. $[a, b]$ ک.م.م a و b است.

- ۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۶ ۳ (۳) ۸ ۴ (۴) ۱۲

۷۵ چند عدد طبیعی فرد داریم که مقسوم‌علیه ۱۸۰۰ باشد؟

- ۱ (۱) ۴ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) ۹ ۴ (۴) ۱۸

۷۶ کدام مورد مثال نقض ندارد؟

۱ (۱) اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، $\frac{x}{y}$ حتماً گنگ است.

۲ (۲) اگر x و y هر دو گنگ باشند، xy حتماً گنگ است.

۳ (۳) اگر x و y هر دو زوج باشند، $x^2 + y^2$ حتماً مضرب ۴ است.

۴ (۴) هر عددی که بر ۵ و ۷ قابل قسمت باشد، حتماً فرد است.

۷۷ برای اثبات کدام یک از احکام زیر الزاماً نباید از برهان خلف استفاده کرد؟

- ۱ اگر x گویا و y گنگ باشد، آن گاه $x + y$ گنگ است.
- ۲ عدد $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ عددی گنگ است.
- ۳ اگر $2, 3, 5, \dots, p$ تمام اعداد اول کوچکتر یا مساوی p باشند، عدد $N = (2 \times 3 \times \dots \times p) + 1$ یا اول است یا عامل اول بزرگتر از p دارد.
- ۴ در یک صفحه از نقطه‌ای بیرون یک خط نمی‌توان بیش از یک خط بر آن عمود کرد.

۷۸ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $(654321)_9$ بر ۱۰ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۳ ۴ ۷

۷۹ اثبات درستی کدام حکم به روش برهان خلف نمی‌باشد؟

- ۱ اگر n^2 فرد باشد، آن گاه n نیز فرد است.
- ۲ اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، آن گاه $x - y$ عددی گنگ است.
- ۳ اگر $a < 0$ ، آن گاه $a^3 + \frac{1}{a^3} \leq -2$.
- ۴ اگر $1 - 2^n$ عددی اول باشد، آن گاه n نیز عددی اول است.

۸۰ کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

- ۱ هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت.
- ۲ هر عدد طبیعی به صورت مجموع مربع های سه عدد صحیح نوشته می‌شود.
- ۳ مربع هر عدد طبیعی فرد، از مضرب صحیح ۸، یک واحد بیش‌تر است.
- ۴ اگر n نقطه‌ی متمایز روی محیط دایره را دو به دو به هم وصل کنیم 2^{n-1} ناحیه به وجود می‌آید.

۸۱ باقی‌مانده‌ی تقسیم 7^{100} بر ۱۴ چه عددی است؟

- ۱ ۲ ۲ صفر ۳ ۷ ۴ ۱۱

۸۲ مجموع ارقام بزرگترین عدد دو رقمی x که در رابطه‌ی هم‌نهشتی $50x \equiv 1 \pmod{17}$ صدق می‌کند کدام است؟

- ۱ ۱۴ ۲ ۱۳ ۳ ۱۲ ۴ ۱۱

۸۳ اگر $23 = 92s + 345r$ باشد. بزرگترین عدد منفی $s + r$ ، کدام است؟

- ۱ -۹ ۲ -۸ ۳ -۷ ۴ -۶

۸۴ به ازای کدام مقدار a عدد $a + 2^{50}$ بر ۱۷ بخش‌پذیر است؟

- ۱ ۸ ۲ ۹ ۳ ۱۱ ۴ ۱۳

۸۵ از رابطه (پیمانه ۱۲) $8a \equiv 64$ ، کدام تساوی نتیجه می‌شود؟

- ۱ $a - 8 = 12k$ ۲ $a + 4 = 12k$ ۳ $a + 1 = 3k$ ۴ $a - 1 = 3k$

۸۶ کدام یک از عددهای زیر، یک مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر حاصلضرب ارقام n بر ۸ بخش‌پذیر باشد آنگاه n بر ۸ قابل قسمت است» می‌باشد؟

- ۱) ۵۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸۰ ۴) ۱۲۴

۸۷ اعداد کوچک‌تر از ۳۰ را به چند دسته تقسیم کنیم تا مطمئن شویم حداقل در یکی از دسته‌ها دست‌کم ۳ عدد اول وجود دارد؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۱

۸۸ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) $a|b+c \Rightarrow a+c|b+ac$ ۲) $a^x|b^x \Rightarrow xa|xb$
 ۳) $a^x|b^x \Rightarrow a^x|b$ ۴) $a|b \Rightarrow a^x|-b^x$

۸۹ اگر $n + 9^{35}$ مضرب ۱۹ باشد، آنگاه چند مقدار ۲ رقمی برای n وجود دارد؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۳

۹۰ اگر $3x - 5y = 1$ و $23x + 6y = 1$ باشد، حداکثر مقدار $(x^y, 630)$ چند است؟

- ۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۶۳ ۴) ۶۳۰

۹۱ اگر $a^x | b^x$ ، کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

- ۱) $a | b$ ۲) $a | b^x$ ۳) $a^x | b^x$ ۴) $a^x | b^y$

۹۲ بیش‌ترین مقدار x از رابطه‌ی $80! | 2^{2x} \times 3^{3x}$ کدام است؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

۹۳ عدد ۱۰۸۰ دارای چند مقسوم‌علیه طبیعی مضرب ۱۲ است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۹۴ کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت» را نقض می‌کند؟

- ۱) ۶۱ ۲) ۴۲ ۳) ۲۸ ۴) ۲۴

۹۵ در یک کیسه بین ۸۰۰ تا ۹۰۰ مهره وجود دارد. اگر آن‌ها را پنج تا پنج تا، هفت تا هفت تا، سه تا سه تا و بالاخره چهار تا چهار تا بشماریم، همواره دو مهره باقی می‌ماند. تعداد مهره‌ها چند تا است؟

- ۱) ۸۰۷ ۲) ۸۴۲ ۳) ۸۵۶ ۴) ۸۹۵

۹۶ حکم «با بهم وصل کردن هر دو تا از n نقطه‌ی روی محیط دایره، 2^{n-1} ناحیه ایجاد می‌شود» برای اعداد طبیعی $n \leq m$ برقرار است. m کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

۹۷ اثبات کدامیک از قضیه‌های زیر ممکن است با برهان خلف انجام نشود؟

۱ در هر مثلث زاویه بزرگ‌تر رو به ضلع بزرگ‌تر است.

۲ عدد $\sqrt{3}$ گنگ است.

۳ مجموع زوایای خارجی n ضلعی محدب ۴ قائمه است.

۴ از نقطه‌ای خارج یک خط، بیش از یک خط عمود نمی‌توان رسم کرد.

۹۸ در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b باقیمانده و خارج‌قسمت q است اگر ۳ واحد از مقسوم‌علیه کم شود ۵ واحد به خارج‌قسمت اضافه شده و باقیمانده صفر می‌شود. q کدام است؟

۱ ۹ و ۴ ۲ ۱۰ و ۵ ۳ ۸ و ۵ ۴ ۱۰ و ۸

۹۹ اگر $a = n + 1$, $b = 2n + 7$ دو عدد صحیح باشند، به ازای چند مقدار صحیح n رابطه $a^2 - b^2$ درست است؟

۱ هیچ ۲ بی‌شمار ۳ دو ۴ یک

۱۰۰ کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

۱ اگر x گنگ و y گویا باشد، xy گنگ است. ۲ اگر x و y دو عدد گویا باشد، $x + y$ نیز عددی گویا است.

۳ اگر x گنگ باشد، $x^2 - 3x$ همواره گنگ است. ۴ اگر $x \geq 2$ باشد، آنگاه $x \geq 3$.

۱۰۱ از رابطه $20x \equiv 36y \pmod{100}$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

۱ $5x \equiv 9y \pmod{100}$ ۲ $y \equiv 0 \pmod{100}$ ۳ $x \equiv 0 \pmod{100}$ ۴ $10x \equiv 18y \pmod{100}$

۱۰۲ معادله سیاله خطی $15x + 14y = 10500$ در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

۱ ۴۸ ۲ ۴۹ ۳ ۵۰ ۴ ۵۱

۱۰۳ چند جفت عدد طبیعی می‌توان یافت که مجموع آن‌ها برابر ۱۸۰ بوده و بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترکشان ۱۰ باشد؟

۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۶

۱۰۴ در معادله‌ی سیاله‌ی $7x - 5y = 12$ ، مجموع $x + y$ به کدام دسته‌ی هم‌نهشتی تعلق دارد؟

۱ $[1]_{12}$ ۲ $[2]_{12}$ ۳ $[2]_{12}$ ۴ $[0]_{12}$

۱۰۵ چند عدد دو رقمی در معادله‌ی $24x \equiv 6 \pmod{15}$ صدق می‌کند؟

۱ ۶ ۲ ۷ ۳ ۱۸ ۴ ۱۷

۱۰۶ برای تعیین اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰۰ با استفاده از غربال اراتستن، حداقل تعداد اعداد اولی که باید مضاربشان حذف شوند، کدام است؟

۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۶

۱۰۷ خارج قسمت تقسیم ۴۰۰ بر عدد طبیعی b ، برابر ۱۳ است. رقم یکان کوچکترین مقدار ممکن برای b کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۰۸ اگر $(a^x, a^y + b^z) = (-a, b) + 12$ ، آنگاه مقدار $({}^3a^x, {}^2b^z)$ کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۲۷ ۳) ۴۸ ۴) ۷۲

۱۰۹ اگر $1 = ab + 5c$ و $a \mid c(a+b)$ ، آنگاه $[a, b, c]$ کدام است؟

- ۱) $|ab|$ ۲) $|b|$ ۳) $|bc|$ ۴) $|c|$

۱۱۰ چه تعداد از گزاره‌های زیر، دارای مثال نقض است؟

الف) معکب هر عدد، از مربع آن بزرگتر است.

ب) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متوالی نوشت.

پ) اگر مربع یک عدد طبیعی مضرب ۱۲ باشد، خود آن عدد هم مضرب ۱۲ است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۱۱ اگر مجموع مکعب‌های n عدد طبیعی متوالی با شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن‌ها باشد، مقدار $8^3 + 9^3 + \dots + 15^3$ کدام است؟

- ۱) ۱۴۴۰۰ ۲) ۱۴۳۱۶ ۳) ۱۳۸۰۰ ۴) ۱۳۶۱۶

۱۱۲ عضو ابتدای مجموعه‌ی $S = \{-100 + 6q > 0 \mid q \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۶ ۳) صفر ۴) ۲

۱۱۳ اگر دو عدد $3a + 8$ و $6a + 7$ در تقسیم بر عدد ده هم‌باقی‌مانده باشند، رقم یکان عدد $5 + a + a^2 - a^3$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۴ در معادله‌ی ${}^{12}x \equiv 2$ ، مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۶ ۴) ۲۸

۱۱۵ مجموع مربعات ۸ عدد طبیعی بر ۳ بخش‌پذیر است. حداقل چه تعداد از آن‌ها، مضرب ۳ می‌باشند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۶ اگر مجموع مربعات n عدد طبیعی متوالی با شروع از یک، برابر $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ باشد، حاصل

$$30^2 + 31^2 + 32^2 + \dots + 142^2 + 143^2$$

- ۱) ۴۹۶۰ ۲) ۴۷۴۰ ۳) ۱۵۴۰ ۴) ۲۰۲۴

۱۱۷ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ در هر تقسیم، مقسوم از دو برابر باقی‌مانده بزرگ‌تر است.
- ۲ مربع هر عدد صحیح، به یکی از دو صورت $(1+8q)$ یا $4k^2$ است (q و k اعداد صحیح هستند).
- ۳ اگر در یک عمل تقسیم، مقسوم و خارج‌قسمت هر دو بر عدد صحیح n بخش‌پذیر باشند، آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم نیز همواره بر n بخش‌پذیر است.
- ۴ حاصل‌ضرب چهار عدد صحیح متوالی همواره بر 16 بخش‌پذیر است.

۱۱۸ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $2620 + 27^{1397}$ بر 13 کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۸ ۳ ۱ ۴ ۹

۱۱۹ به ازای کدام مقدار b عدد ده رقمی $1baa1baa$ بر 3 بخش‌پذیر است؟

- ۱ ۲ ۲ ۵ ۳ ۸ ۴ ۲ یا ۵ یا ۸

۱۲۰ اثبات کدامیک از حکم‌های زیر، به برهان خلف نیاز ندارد؟

- ۱ اگر 2 ، 3 و 5 همان اعداد x ، y و z اما با ترتیبی دیگر باشند، آنگاه عدد $(z-5)(y-3)(x-2)$ زوج است.
- ۲ اگر a^2 عددی گنگ باشد، آنگاه a نیز گنگ است.
- ۳ اگر a مضرب 3 باشد، آنگاه a^3 نیز مضرب 3 است.
- ۴ اگر a عددی گنگ باشد، آنگاه $\frac{5}{a}$ نیز گنگ است.

۱۲۱ اعداد کدام گزینه در پیمانه‌ی 7 همنهشت هستند؟

- ۱ 72 و 6 ۲ -12 و -27 ۳ 6 و -43 ۴ -4 و 32

۱۲۲ به‌ازای چند عدد اول p ، عدد $1 + 9p$ مربع کامل است؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

۱۲۳ اگر a عددی صحیح و فرد و $12 + a$ بر b بخش‌پذیر باشد، در این صورت باقی‌مانده‌ی تقسیم $19 + a^2 + b^2$ بر 8 ، کدام گزینه است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۵ ۴ ۷

۱۲۴ فرض کنید اعداد صحیح m و n وجود دارند به طوری که $1 = ma + nb$ باشد، اگر $a \mid bc$ ، آنگاه کوچکترین مضرب مشترک a و c کدام است؟

- ۱ a ۲ c ۳ $|a|$ ۴ $|c|$

۱۲۵ در تجزیه $50!$ به عامل‌های عدد اول، توان عدد 3 کدام است؟

- ۱ ۲۱ ۲ ۲۲ ۳ ۲۳ ۴ ۲۴

۱۲۶ اگر $a^3 \mid b^5$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- ۱ $a \mid b$ ۲ $a^2 \mid b^4$ ۳ $a^4 \mid b^6$ ۴ $a^5 \mid b^7$

۱۲۷ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟ (دامنه متغیر را Z در نظر بگیرید.)

(الف) $\forall x, \exists y : xy = 1$ (ب) $\forall x, \exists y : x + y = 0$ (ج) $\exists x, \forall y \neq 0 : y^x = 1$

- هیچ ۱ (۲) ۱ ۲ (۳) ۲ ۳ (۴) ۳

۱۲۸ x و y به ترتیب اعدادی گویا و گنگ هستند. کدام گزینه می‌تواند گویا باشد؟ (همه‌ی گزینه‌ها تعریف شده‌اند.)

- ۱ (۱) $x + y$ ۲ (۲) $x - y$ ۳ (۳) xy ۴ (۴) $\frac{y}{x}$

۱۲۹ کدام گزینه به روش مستقیم اثبات می‌شود؟

- ۱ (۱) حاصل جمع عددی گنگ با عددی گویا، عددی گنگ است.
۲ (۲) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.
۳ (۳) اگر x گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.
۴ (۴) اگر x و y دو عدد گویا باشند، $x + y$ نیز گویا است.

۱۳۰ در اثبات حکم «به ازای هر دو عدد حقیقی ناصفر و هم‌علامت x و y داریم $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ » به روش بازگشتی به کدام گزاره‌ی همیشه درست می‌رسیم؟

- ۱ (۱) $(x - y)^2 \geq 0$ ۲ (۲) $(x + y)^2 \geq 0$ ۳ (۳) $x^2 + y^2 \geq 0$ ۴ (۴) $\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 \geq 0$

۱۳۱ اگر برای اعداد صحیح x و y داشته باشیم $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ ، کدام گزینه حتماً صفر است؟

- ۱ (۱) $(2x - 3y)^2$ ۲ (۲) $3x^2y + 3xy^2$ ۳ (۳)

۱۳۲ یکی از مثال‌های نقض برای حکم «هر دو عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل از اعداد طبیعی نوشت.» کدام عدد است؟

- ۱ (۱) ۱۷ ۲ (۲) ۱۸ ۳ (۳) ۱۱ ۴ (۴) ۱۳

۱۳۳ تعداد عددهای طبیعی ۷ رقمی، چند برابر تعداد عددهای حسابی حداکثر ۳ رقمی است؟

- ۱ (۱) ۱۰۰۰۰ ۲ (۲) ۹۰۰۰ ۳ (۳) ۱۰۰۰ ۴ (۴) ۹۰۰

۱۳۴ زوج بودن $a - b$ با کدام گزاره هم‌ارز نیست؟

- ۱ (۱) زوج بودن $a + b$ ۲ (۲) زوج بودن $2a + b$
۳ (۳)زوج بودن $5a + 7b$ ۴ (۴)زوج بودن $a + b + 1398$

۱۳۵ به ازای بعضی از مقادیر $n, n \in \mathbb{N}$ ، اگر $13n + 2 \mid \alpha$ و $7n + 4 \mid \alpha$ و $\alpha > 1$ باشد، آنگاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد n کدام است؟

- ۱ (۱) ۷ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) ۹ ۴ (۴) ۱۰

۱۳۶ معادله سیاله $725 = 9x + 13y$ ، در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) ۶

۱۳۷ به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی m ، معادله‌ی سیاله‌ی $mx + ۳۶y = ۲۴$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح فاقد جواب است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

۱۳۸ اگر α عددی گویا و β عددی گنگ باشد، کدام عبارت همواره گنگ است؟

- ۱) $\alpha\beta$ ۲) $\alpha + \beta$ ۳) $\alpha + \beta^2$ ۴) $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

۱۳۹ اگر a کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که در معادله‌ی همنهشتی $۴۲۳x \equiv ۷۹ \pmod{۱۱}$ صدق می‌کند و b کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که در معادله‌ی همنهشتی $۸x \equiv ۲۰ \pmod{۱۲}$ صدق می‌کند، حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۴۰ چند تا از گزاره‌های زیر صحیح می‌باشند؟

الف) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن‌گاه $k + ۱$ مربع کامل است.
ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از یک، عدد $n^2 - n$ بر ۶ بخش‌پذیر است.
ج) اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، آن‌گاه xy عددی گنگ است.

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۴۱ برای درستی گزاره‌ی «عدد $۲^n + ۱$ به ازای همه‌ی اعداد طبیعی برای n ، عددی اول است» می‌توان از استفاده کرد.

- ۱) اثبات، درنظر گرفتن تمام حالات ۲) اثبات، برهان خلف
۳) رد، مثال نقض ۴) رد، برهان خلف

۱۴۲ باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد طبیعی N بر عدد ۳۱ برابر ۲۶ می‌باشد. اگر این عدد را بر ۴۳ تقسیم کنیم، باقی مانده برابر خارج قسمت می‌شود. رقم یکان بزرگ‌ترین N کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۴۳ اگر $(۲۲۱, ۳۵۷) = ۲۲۱x + ۳۵۷y$ باشد تعداد اعداد طبیعی دورقمی x کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۴۴ اگر اعداد صحیح a و b چنان باشند که $a + ۵b \mid a + ۳b$ آن‌گاه کدامیک از عبارات زیر ارزش درستی دارد؟

- ۱) $۳a + b \mid ۲a - b$ ۲) $۳a + b \mid ۵a - ۳b$ ۳) $۳a + b \mid a - ۵b$ ۴) $۲a + b \mid a + ۵b$

۱۴۵ اگر $a_1, a_2, \dots, a_n$ اعداد طبیعی بوده و $b_1, b_2, \dots, b_n$ همان اعداد بوده ولی نه لزوماً به همان ترتیب، آن‌گاه حاصل $(a_1 - b_1) \cdot (a_2 - b_2) \cdot \dots \cdot (a_n - b_n)$

- ۱) فرد است به شرط آن‌که n فرد باشد. ۲) زوج است به شرط آن‌که n فرد باشد.
۳) فرد است به شرط آن‌که n زوج باشد. ۴)زوج است به شرط آن‌که n زوج باشد.

۱۴۶ اگر $a > ۱$ و $a \mid ۱۱k + ۴$ و $a \mid ۷k - ۱$ ، بزرگ‌ترین مقدار اول a کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۳ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

۱۴۷) نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۸) فرض کنید $x, y \in \mathbb{Z}$ و $91x + 65y = (91, 65)$ باشد. باقی‌مانده‌ی $(y-x)^{100}$ بر ۱۲ کدام است؟
($(a, b) = \text{م.م.ب.}(a, b)$)

- ۱) ۱۱ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۷

۱۴۹) کدام گزینه نادرست است؟

$a \equiv b \rightarrow a^c \equiv b^c \quad c \in \mathbb{Z}$ ۲) $a \equiv b \rightarrow ac \equiv bc \quad 1$

$\forall a \in \mathbb{Z} : a^2 \equiv 1$ ۴) $\forall n \in \mathbb{Z} : n^2 \equiv n$ ۳)

۱۵۰) اگر ۲۶ روز قبل دوشنبه باشد، ۳۳ روز بعد، چه روزی از هفته است؟

- ۱) یکشنبه ۲) سه‌شنبه ۳) پنج‌شنبه ۴) جمعه

۱۵۱) به ازای چند عدد طبیعی n ، هر دو رابطه $9^n | 3^y$ و $0 | n^2 - 8n^2 + 15n$ برقرار است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۱۵۲) کدام عدد کلیت حکم «به ازای هر عدد طبیعی n ، $3^n - 1$ بر ۴ بخش‌پذیر نیست.» را نقض می‌کند؟

- ۱) ۷ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۵

۱۵۳) کدام گزینه مثالی نقض برای عبارت «برای هر عدد طبیعی n ، عدد $2^{2^n} + 1$ اول است» می‌باشد؟

- ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۱۵۴) درون یک کامیون کیسه‌های ۲۰ و ۵۰ کیلویی سیمان وجود دارد. اگر وزن کل بار برابر ۲۴۳۰ کیلوگرم باشد، به چند حالت ممکن است این بار درون این کیسه‌ها باشد؟

- ۱) ۲۱ ۲) ۲۲ ۳) ۲۳ ۴) ۲۴

۱۵۵) برای اثبات درستی گزاره‌ی $x^2 + 5y^2 + 4z^2 \geq 3xy + 2xz - 2yz$ به روش بازگشتی به رابطه‌ی بدیهی $(x - ny)^2 + (x + mz)^2 + (y + 2z)^2 \geq 0$ رسیده‌ایم. حاصل کدام‌یک از عبارتهای زیر برابر صفر است.

- ۱) $3m + 2n$ ۲) $m - n$ ۳) $2m + n$ ۴) $3m - 2n$

۱۵۶) تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه‌ی $A = \{n, n+1, \dots, 2n\}$ مضرب ۴ است. تعداد اعضای مجموعه‌ی A کدام می‌تواند باشد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) ۳۶ ۲) ۴۵ ۳) ۵۴ ۴) ۶۵

۱۵۷) چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد اعداد طبیعی m و n درست است؟

الف) $4m \mid 21n \Leftrightarrow 4m \mid 6n$

ب) $m^2 \mid n^2 \Leftrightarrow m \mid n$

پ) $m \mid n \Leftrightarrow m! \mid n!$

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۵۸) کدام گزینه همواره درست است؟ (a, b, c, d اعداد صحیح و n عددی طبیعی است.)

۱) $a \mid b + c \Rightarrow a \mid b \vee a \mid c$

۲) $a \mid bc \Rightarrow a \mid b \vee a \mid c$

۳) $a \mid b^n \Rightarrow a \mid b$

۴) $ab \mid d \Rightarrow a \mid d \wedge b \mid d$

۱۵۹) اگر $a - b \mid a$ آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) $a - b \mid b^2$

۲) $a - b \mid a + b$

۳) $a \mid b$

۴) $a - b \mid 2a + 3b$

۱۶۰) در روش اثبات غیرمستقیم، اگر بخواهیم با استفاده از فرض p ، حکم q را ثابت کنیم، از کدام گزاره‌ی شرطی استفاده می‌کنیم؟

۱) $q \Rightarrow p$

۲) $\sim p \Rightarrow \sim q$

۳) $\sim q \Rightarrow \sim p$

۴) $\sim q \Rightarrow p$

۱۶۱) اگر $3n + 1$ بر ۵ تقسیم‌پذیر باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $6 + 21n + 9n^2$ بر ۲۵ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۵

۴) ۶

۱۶۲) اگر دو عدد $5 - 2a$ و $3 + a - 6a^2$ نسبت به هم اول نباشند، آنگاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها کدام است؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

۱) ۲۳

۲) ۱۹

۳) ۱۷

۴) ۱۳

۱۶۳) اگر $61 \equiv 77x \pmod{12}$ ، فرم کلی x برحسب متغیر k کدام گزینه است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

۱) $12k + 1$

۲) $12k + 3$

۳) $12k + 5$

۴) $12k + 7$

۱۶۴) اگر ۵۱ کیلوگرم برنج را در کیسه‌های ۲ کیلویی و ۵ کیلویی بسته‌بندی کنیم، به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

۱۶۵) اگر عدد $33^{185} + a$ بر ۶ بخش‌پذیر باشد، a کدام است؟

۱) ۱۵

۲) ۲۰

۳) ۲۲

۴) ۲۵

۱۶۶) دو عدد $3 + a + a^2$ و $a - 1$ نسبت به هم اول‌اند. کدام گزاره همواره درست است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

۱) $a = 5k + 1$

۲) $a = 5k$

۳) $a \neq 5k$

۴) $a \neq 5k + 1$

۱۶۷) برای دو عدد صحیح a و b ($a \neq 0$) اگر $a^2 \mid b^2$ ، آنگاه کدام رابطه زیر لزوماً درست نیست؟

۱) $a \mid b$

۲) $a^2 \mid b$

۳) $a^2 \mid b^2$

۴) $a \mid b^2$

۱۶۸

اگر بزرگترین عدد دو رقمی مانند n که به ازای آن دو عدد $۵n + ۷$ و $۴n + ۳$ نسبت به هم اول نیستند را N بنامیم، آنگاه کدام معادله سیالیه زیر جواب صحیح دارد؟

۱) $۵۱x + Ny = ۷۱۲$ ۲) $۵۸x + Ny = ۳۱۹$ ۳) $۳۹x + Ny = ۴۵۵$ ۴) $۲۹x + Ny = ۲۶۴$

۱۶۹

رقم یکان کدام عدد زیر برابر با صفر است؟

۱) $۸^{۷۸} - ۸^{۵۶}$ ۲) $۷^{۳۷} - ۷^{۲۳}$ ۳) $۳^{۵۹} - ۳^{۳۵}$ ۴) $۲^{۵۷} - ۲^{۴۷}$

۱۷۰

در اثبات $a > 0, b > 0$ و $\frac{a+b}{۲} \geq \sqrt{ab}$ به روش بازگشتی، گزاره‌ی همیشه درست کدام است؟

۱) $(a+b)^۲ \geq ۰$ ۲) $(۲a-b)^۲ \geq ۰$ ۳) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^۲ \geq ۰$ ۴) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^۲ \geq ۰$

۱۷۱

اگر $ab = cd$ ، a, b, c, d اعداد صحیح و ناصفرند، آنگاه کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

۱) $a \mid cd$ ۲) $a \mid c$ ۳) $c \mid ab$ ۴) $b \mid cd$

۱۷۲

اگر a عددی صحیح و نامنفی و دو عدد $(۶m+۷)$ و $(۶m+۵)$ بر a بخش‌پذیر باشند، a کدام است؟

۱) ۳ و ۱ ۲) ۲ و ۴ ۳) ۱ ۴) ± ۱

۱۷۳

در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷، باقی‌مانده‌ی تقسیم از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کمتر هستند. بزرگ‌ترین مقدار a مضرب کدام عدد است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۱۴

۱۷۴

باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $A = ۲۳^{۵۱} - ۱۱^{۵۱} - ۱۲^{۵۱}$ بر عدد ۱۳۲ کدام هست؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۵ ۴) ۷

۱۷۵

از میان اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد انتخابی تنها بر یک عدد از بین اعداد ۲ و ۵ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۷}{۱۰}$

۱۷۶

معادله‌ی $۸x + ۳y = ۹۹$ دارای چند جواب طبیعی و فرد است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۷۷

اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد m بر دو عدد ۷ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد m بر ۵۶ چقدر است؟

۱) ۲۷ ۲) ۴۸ ۳) ۲۸ ۴) ۴۷

۱۷۸

اگر x عددی صحیح و فرد بوده و $y \mid x+۲$ ، آنگاه باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $۳ + y^۲ + x^۲$ بر ۸ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۱

۱۷۹

چند عدد صحیح ۴ رقمی وجود دارد که سه برابر آن‌ها منهای ۱۳ مضرب ۷ است؟

۱) ۱۲۸۴ ۲) ۱۲۸۵ ۳) ۱۲۸۶ ۴) ۱۲۸۷

۱۸۰ باقی‌مانده تقسیم عدد $2022 + 27^{1401}$ بر ۱۳ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۱

۱۸۱ با قرار دادن عدد سه رقمی $\overline{3(a \cdot a)}$ بین دو رقم مشابه a ، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد اول می‌تواند a را بشمارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸۲ در معادله $11 = 3y - 7x$ ، x و y اعداد صحیح هستند. برای $x + y$ چند عدد دورقمی و طبیعی به‌دست می‌آید؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۱۱

۱۸۳ در اثبات به روش برهان خلف از کدام استدلال زیر استفاده می‌کنیم؟

- ۱) ابتدا فرض می‌کنیم که فرض مسئله نادرست است و سپس با دنباله‌ای از استدلال‌ها به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با حکم مسئله می‌رسیم.
۲) ابتدا فرض می‌کنیم که حکم مسئله نادرست است و سپس با دنباله‌ای از استدلال‌ها به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با حکم مسئله می‌رسیم.
۳) ابتدا فرض می‌کنیم که فرض مسئله نادرست است و سپس با دنباله‌ای از استدلال‌ها به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض مسئله می‌رسیم.
۴) ابتدا فرض می‌کنیم که حکم مسئله نادرست است و سپس با دنباله‌ای از استدلال‌ها به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض مسئله می‌رسیم.

۱۸۴ اعداد ۹۷ و ۴۳ به یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه $m > 1$ تعلق دارند. m دارای چند مقدار غیراول است؟

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۶

۱۸۵ در یک تقسیم، مقسوم‌علیه برابر ۲۷ است. اگر بدون تغییر مقسوم‌علیه، ۱۲۵ واحد به مقسوم اضافه کنیم، خارج‌قسمت و باقی‌مانده جدید به ترتیب برابر ۷ و ۲۳ می‌شوند. اختلاف مقسوم و خارج‌قسمت تقسیم اولیه کدام است؟

- ۱) ۱۹۵ ۲) ۱۹۶ ۳) ۸۱ ۴) ۸۴

۱۸۶ اگر سوم اردیبهشت سالی، یک‌شنبه باشد، در کدام‌یک از ماه‌های زیر دقیقاً ۵ تا یک‌شنبه وجود دارد؟

- ۱) مهر ۲) آبان ۳) آذر ۴) دی

۱۸۷ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) حاصل‌ضرب عدد گویای مخالف صفر در هر عدد گنگ، گنگ است.
۲) جمع دو عدد گنگ، می‌تواند گویا باشد.
۳) اگر x و y دو عدد گنگ باشند، حاصل xy هیچ‌گاه عدد طبیعی نمی‌شود.
۴) جمع دو عدد گویا همواره گویا است.

۱۸۸ کدام عدد کلیت حکم «به‌ازای هر عدد اول p ، عدد $2^p - 1$ عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

- ۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۱۱ ۴) ۷

۱۸۹ مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $۷۶x + ۱۲۴y = ۳۶۴$ صدق می‌کند، کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۹۰ چند عدد چهاررقمی n وجود دارد که به ازای آن‌ها عدد $۱ - ۲^n$ بر ۲۱۷ بخش‌پذیر است؟

- ۱) ۶۵۹ ۲) ۶۵۸ ۳) ۶۰۱ ۴) ۶۰۰

۱۹۱ اگر $k + ۳b + ۲a \equiv ۵$ و $k + ۳a + ۲b \equiv ۵$ ، آن‌گاه کوچکترین مقدار طبیعی k کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۹۲ باقی‌مانده تقسیم عدد A بر سه عدد ۱۵، ۱۸ و ۲۰ به ترتیب برابر ۱۱، ۱۴ و ۱۶ است. مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی A کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۱۹۳ ۲۰ مهرماه در یک سال غیرکبیسه، دوشنبه است. ۱۷ خرداد سال بعد چند شنبه است؟

- ۱) شنبه ۲) یک‌شنبه ۳) دوشنبه ۴) سه‌شنبه

۱۹۴ در تقسیم عدد $۱ + ۲a$ بر ۲۳، خارج‌قسمت، ۵ واحد کمتر از باقی‌مانده است. حداکثر مقدار باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۳۶ کدام است؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۲۲ ۳) ۲۶ ۴) ۳۴

۱۹۵ امروز جمعه، ۱۷ فروردین است. ۳۰۰ روز دیگر چه روزی از هفته می‌باشد؟

- ۱) جمعه ۲) پنج‌شنبه ۳) شنبه ۴) چهارشنبه

۱۹۶ باقیمانده‌ی $۳^{۱۰۰} + ۷^{۱۰۰}$ بر ۲۱ کدام است؟

- ۱) ۱۹ ۲) ۱۱ ۳) ۴ ۴) ۱

۱۹۷ مجموعه ارقام بزرگترین مقدار m که هر دو هم‌نهشتی $۱ - ۳n \equiv ۱ + n^۲$ و $n \equiv ۷^m$ درست باشند، کدام است؟

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۱۹۸ اگر $x = ۳^{۴۱}$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $۱ + ۲x - x^۲$ بر ۲۵ کدام است؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۴ ۳) ۹ ۴) صفر

۱۹۹ کوچکترین مقدار طبیعی m که $۳^{۱۷} + m$ بر ۵۶ بخش‌پذیر باشد کدام است؟

- ۱) ۱۹ ۲) ۲۷ ۳) ۳۷ ۴) ۵۱

۲۰۰ به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی m ، عدد $۷۲ + ۳^n$ بر ۷۳ بخش‌پذیر است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵