

۱

۲

۳

۴

۵

۶

$$\begin{array}{r|l}
 4t^3 + 16t^2 - 1 & 4t + 1 \\
 \hline
 - (4t^3 + t^2) & t^2 + 4t - 1 \\
 \hline
 15t^2 - 1 & \\
 - (15t^2 + 4t) & \\
 \hline
 -4t - 1 & \\
 - (-4t - 1) & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 4t^3 \div 4t = t^2 \\
 t^2(4t + 1) = 4t^3 + t^2 \\
 15t^2 \div 4t = 4t \\
 4t(4t + 1) = 15t^2 + 4t \\
 -4t \div 4t = -1 \\
 -1(4t + 1) = -4t - 1
 \end{array}$$

خارج قسمت $t^2 + 4t - 1$ ، باقیمانده 0

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - y^3 & x^2 + xy + y^2 \\
 \hline
 - (x^3 + x^2y + xy^2) & x^2 \div x^2 = x \\
 \hline
 -x^2y - xy^2 - y^3 & x(x^2 + xy + y^2) = x^3 + x^2y + xy^2 \\
 - (-yx^2 - xy^2 - y^3) & -x^2y \div x^2 = -y \\
 \hline
 0 & -y(x^2 + xy + y^2) = -yx^2 - xy^2 - y^3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1 & 2x^2 - x + 1 \\
 \hline
 - (2x^4 - x^3 + x^2) & 2x^4 \div 2x^2 = x^2 \\
 \hline
 -4x^2 + x - 1 & x^2(2x^2 - x + 1) = 2x^4 - x^3 + x^2 \\
 - (-4x^2 + 2x - 2) & -4x^2 \div 2x^2 = -2 \\
 \hline
 -x + 1 & -2(2x^2 - x + 1) = -4x^2 + 2x - 2
 \end{array}$$

درجه باقیمانده کوچکتر از مقسوم علیه است پس تقسیم خاتمه می یابد.

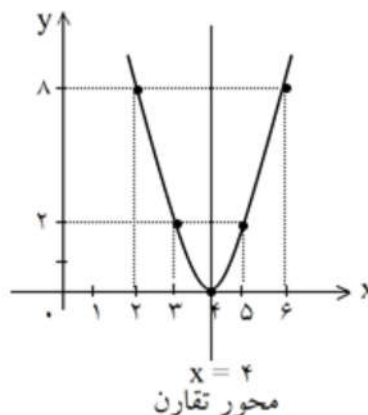
$$y = 2(x - 0)^2 + 5 \Rightarrow x = 0, y = 5$$

محور تقارن $S(0, 5)$, $x = 0$ رأس

$$y = -2(x + 3)^2 + 4 \Rightarrow x = -3, y = 4 \Rightarrow S(-3, 4) \text{ و } x = -3 \text{ محور تقارن}$$

محور تقارن $x = 4$, $S(4, 0)$ رأس $\Rightarrow$

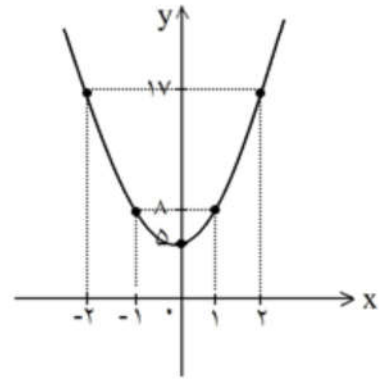
x	4	5	3	6	2
y	0	2	2	8	8



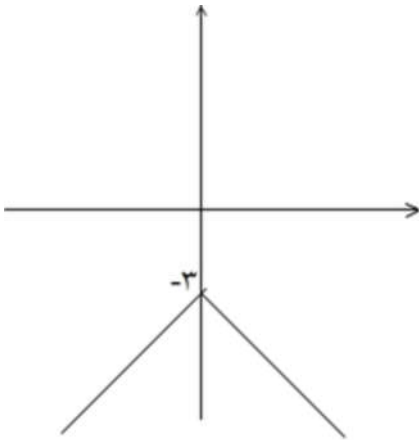
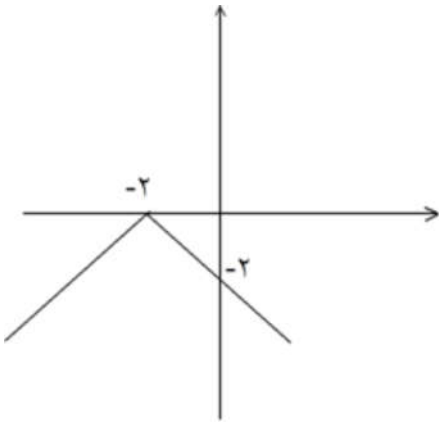
٧

محور تقارن $x = 0$, $S(0, 5)$ راس $\Rightarrow$

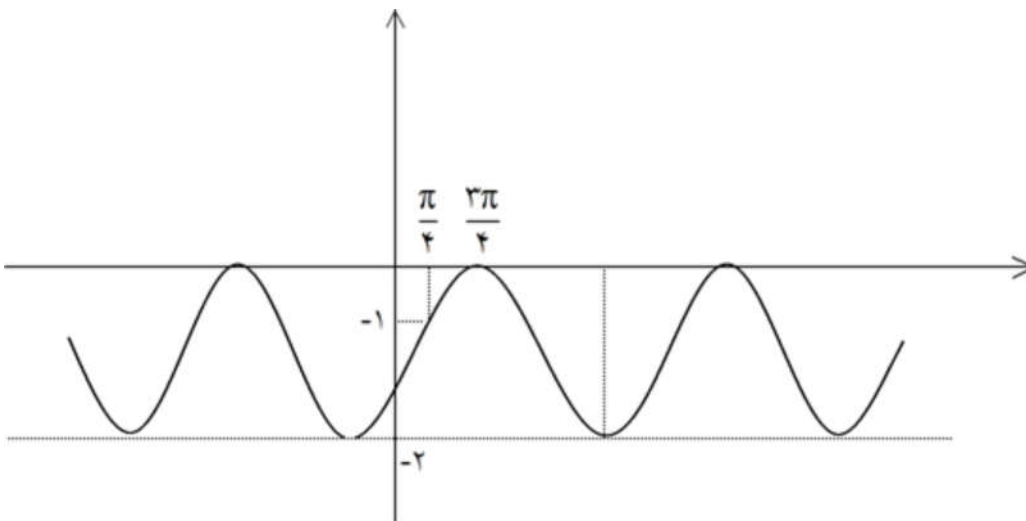
x	0	1	-1	2	-2
y	5	8	8	17	17



٨

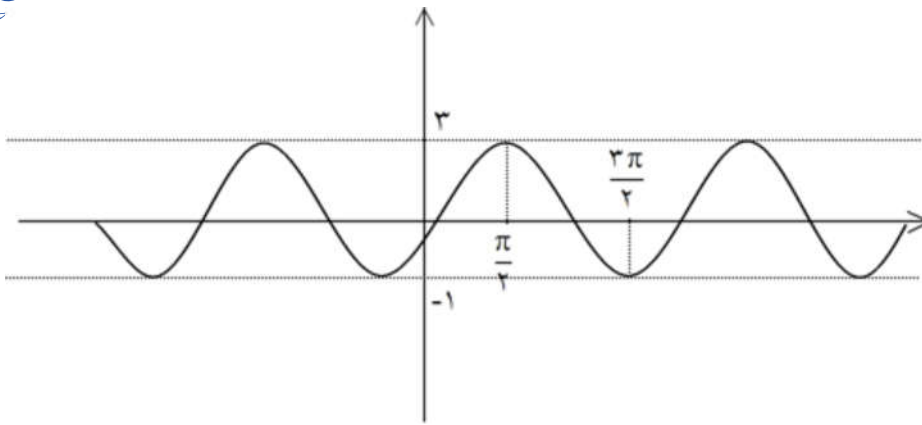


٩

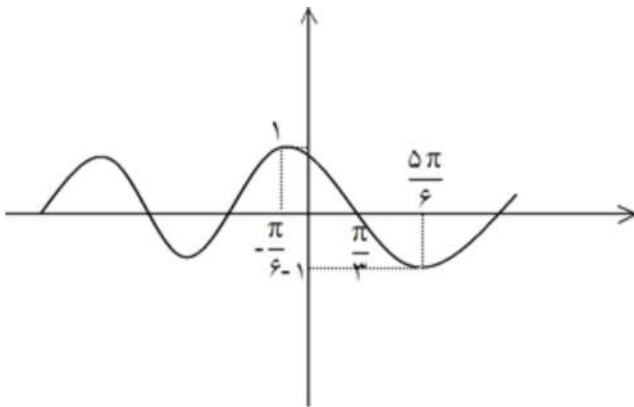


١٠

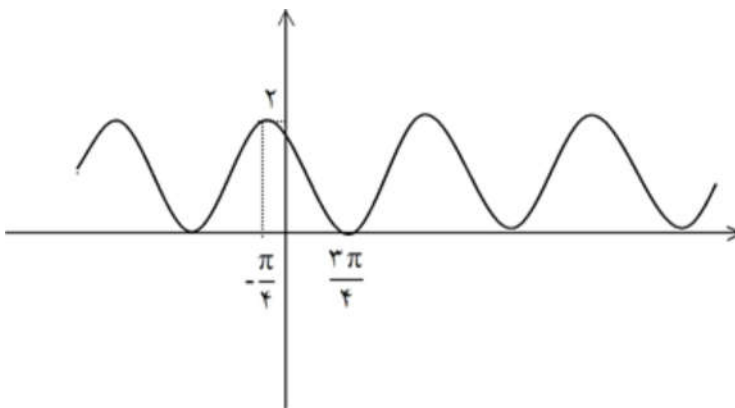
۱۱



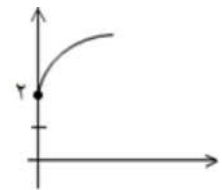
۱۲



۱۳

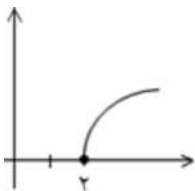


۱۴ کافی است نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در دو واحد به بالا، در راستای محور y ها منتقل کنیم.

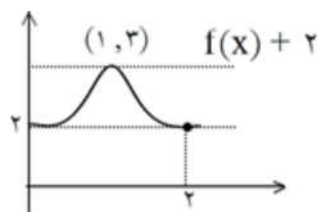


۱۵

کافی است نمودار f را، ۲ واحد در راستای محور x به سمت راست ببریم.

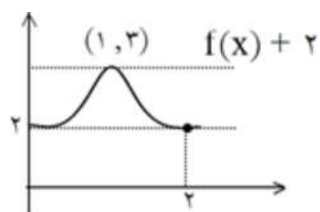


۱۶ باید نمودار f دو واحد به بالا برده شود.



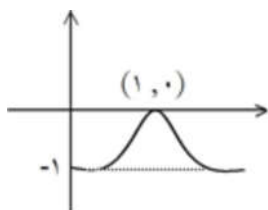
$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [2, 3]$$

۱۷ باید نمودار f دو واحد به بالا برده شود.



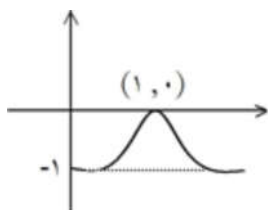
$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [2, 3]$$

۱۸ باید نمودار f یک واحد به پایین آورده شود.



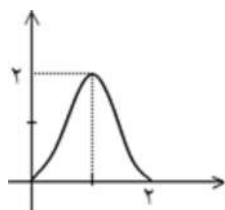
$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [-1, 0]$$

۱۹ باید نمودار f یک واحد به پایین آورده شود.



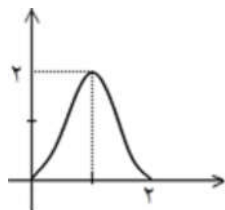
$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [-1, 0]$$

۲۰ دامنه تغییر نمی‌کند ولی عرض نقاط ۲ برابر می‌شود.

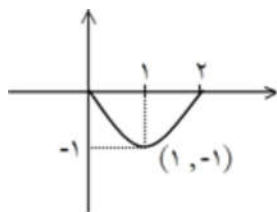


$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [0, 2]$$

۲۱ دامنه تغییر نمی‌کند ولی عرض نقاط ۲ برابر می‌شود.

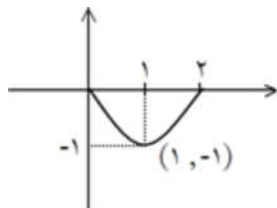


$$D_f = [0, 2] \quad R_f = [0, 2]$$



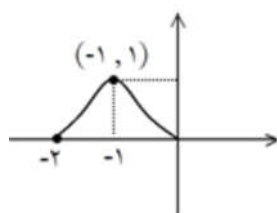
۲۲ نمودار f باید نسبت به محور x ها قرینه شود.

$$D_f = [0, 2] \quad , R_f = [-1, 0]$$



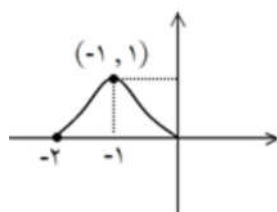
۲۳ نمودار f باید نسبت به محور x ها قرینه شود.

$$D_f = [0, 2] \quad , R_f = [-1, 0]$$



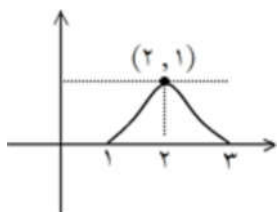
۲۴ نمودار f را، ۲ واحد به سمت چپ می‌بریم.

$$D_f = [-2, 0] \quad R_f = [0, 1]$$



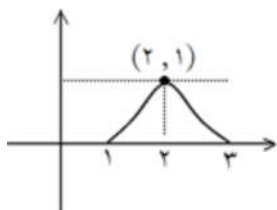
۲۵ نمودار f را، ۲ واحد به سمت چپ می‌بریم.

$$D_f = [-2, 0] \quad R_f = [0, 1]$$



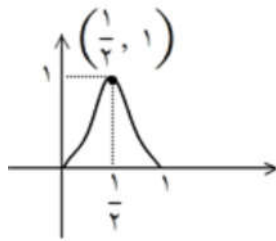
۲۶ نمودار f ، یک واحد به سمت راست برده می‌شود.

$$D_f = [1, 3] \quad R_f = [0, 1]$$



۲۷ نمودار f ، یک واحد به سمت راست برده می‌شود.

$$D_f = [1, 3] \quad R_f = [0, 1]$$



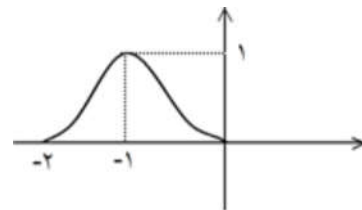
۲۸) برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$

$$D_f = [0, 1], R_f = [0, 1]$$



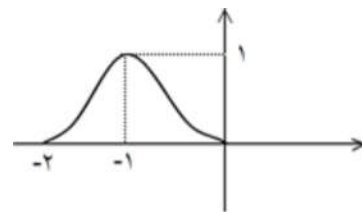
۲۹) برد تابع تغییر نمی‌کند ولی: $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$

$$D_f = [0, 1], R_f = [0, 1]$$



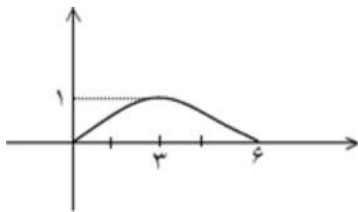
۳۰) نمودار f، نسبت به محور yها قرینه می‌شود.

$$D_f = [-2, 0], R_f = [0, 1]$$



۳۱) نمودار f، نسبت به محور yها قرینه می‌شود.

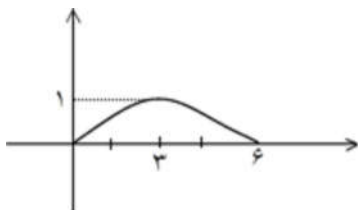
$$D_f = [-2, 0], R_f = [0, 1]$$



$$0 \leq \frac{x}{3} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

۳۲) برد تابع تغییر نمی‌کند ولی:

$$D_f = [0, 6], R_f = [0, 1]$$



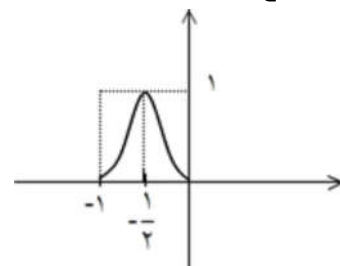
$$0 \leq \frac{x}{3} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

۳۳) برد تابع تغییر نمی‌کند ولی:

$$D_f = [0, 6], R_f = [0, 1]$$

$$0 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

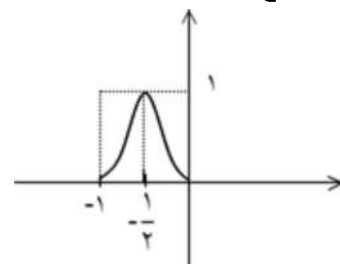
۳۴ برد تابع تغییر نمی‌کند ولی:



$$D_f = [-1, 0], R_f = [0, 1]$$

$$0 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 0$$

۳۵ برد تابع تغییر نمی‌کند ولی:



$$D_f = [-1, 0], R_f = [0, 1]$$

$$۱) x = \frac{-8}{8} = -1 \Rightarrow y = 4 - 8 + 7 = 3 \Rightarrow \min = 3$$

$$۲) y = 4(x+1)^2 + 3 \Rightarrow \min y = 3$$

$$۱) x = \frac{-6}{-2} = 3 \Rightarrow y = 2 + 18 - 9 = 11 \Rightarrow y_{\max} = 11$$

$$۲) y = -(x-3)^2 + 11 \Rightarrow y_{\max} = 11$$

$$R = f(2) = 8 + 8 - 10 - 6 = 0 \Rightarrow$$

۳۸ $f(x)$ بر $(x-2)$ بخش‌پذیر است.

حال $f(x)$ را بر $(x-2)$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 5x - 6 & x - 2 \\ -x^3 + 2x^2 & \\ \hline 4x^2 - 5x - 6 & \\ -4x^2 + 8x & \\ \hline 13x - 6 & \\ -13x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x^2 + 4x + 3) = (x-2)(x+1)(x+3)$$

۳۹ از راه تقسیم حل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 - 29x^2 - 105x - 42 & 2x + 3 \\ -6x^3 + 9x^2 & \\ \hline -28x^2 - 105x - 42 & \\ -28x^2 + 42x & \\ \hline -147x - 42 & \\ -147x + 42 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (2x+3)(3x^2 - 19x - 14) = (2x+3)(3x+2)(x-7)$$

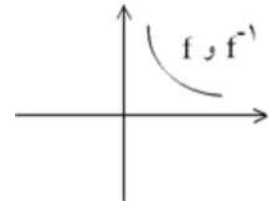
۴۰

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow -2 - 3 - a + b = 0 \Rightarrow b = a + 5$$

۴۱

$$x_1, x_2 > 0 : x_2 > x_1 \Rightarrow \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} \Rightarrow f(x_2) < f(x_1) \Rightarrow f \text{ اکیداً نزولی است}$$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y}, y > 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x}, x > 0$$



۴۲

چون $a = 4$ است سهمی min دارد. و $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{8}$ طول نقاط Min است.

$$y = -\frac{9}{16} \quad A\left(\frac{3}{8}, -\frac{9}{16}\right)$$

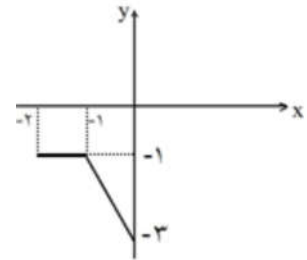
۴۳

$$P(x) = x^2 + ax^2 + 2bx - 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

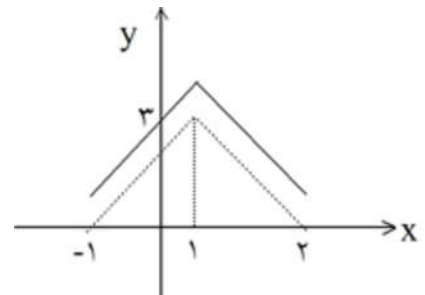
$$\begin{cases} P(3) = 0 \\ P(1) = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(3) = 27 + 9a + 6b - 3 = 0 \\ P(1) = 1 + a + 2b - 3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + 6b + 24 = 0 \\ a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۴۴

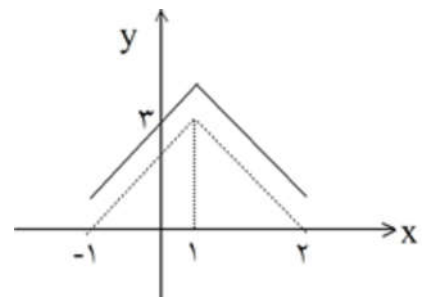
$$D_g = [-2, 0], R_g = [-3, -1]$$



۴۵



۴۶



۴۷

$$D = [-1, 2]$$

$$R = [1, 4]$$

$$D = [-1, 2]$$

$$R = [1, 4]$$

$$(0, 3) \in \text{سمی} \Rightarrow 3 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 3$$

$$(1, 0) \in \text{سمی} \Rightarrow 0 = a \times (1)^2 + b \times (1) + c$$

$$(2, 3) \in \text{سمی} \Rightarrow 3 = a \times (2)^2 + b \times (2) + c$$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -6$$

$$\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = x^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(g(x)) = x^2 - 1 \\ g(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(g(1)) = 0$$

$$c \mid \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \rightarrow c = -1 \quad x = 2 \rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \mid \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \quad x = 1 \rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \mid \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow A[2, 2+1], B[1, 1+1] \rightarrow A[2, 3], B[1, 2], C[0, -1]$$

$$\begin{cases} A[2, 3] \rightarrow 4a + 2b + c = 3 \\ B[1, 2] \rightarrow a + b + c = 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ -4a - 4b = -12 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 4$$

منحنی محور x ها را در نقطه‌ای به عرض ۰ و محور y ها را در نقطه‌ای به طول صفر قطع می‌کند.

محل تلاقی با محور x ها $B(-1, 0)$

محل تلاقی با محور y ها $C(0, 2)$

A روی منحنی است. پس مختصات نقطه A در ضابطه سهمی صدق می‌کند.

$$A \in \text{سمی} \Rightarrow 6 = a \times (1)^2 + b \times (1) + c \Rightarrow a + b + c = 6$$

$$B \in \text{سمی} \Rightarrow 0 = a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c \Rightarrow a - b + c = 0$$

$$C \in \text{سمی} \Rightarrow 2 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$\begin{cases} a + b + 2 = 6 \\ a - b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 2a = 2 \\ b = 3 \end{matrix}$$

$$y = x^2 - 4x - 4 \rightarrow y = (x - 2)^2 - 8 \Rightarrow S \Big|_{-8}^2 \Rightarrow f = \text{مقدار مینیمم} = -8$$

یا به روش استفاده از فرمول $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ و مقدار مساوی -۸ هم می‌توان عمل کرد.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2(2)^2 - 3(2)^2 + a(2) - b = 0 \Rightarrow 2a + 4 = b$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 8\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + m\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0 \Rightarrow \frac{m}{2} = -5 \Rightarrow m = -10$$

$$2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow$$

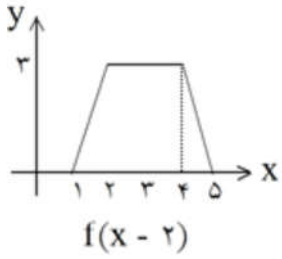
$2x - 5$ یک فاکتور $f(x)$ است، به عبارت دیگر $f(x)$ بر $2x - 5$ بخش‌پذیر است. پس:

$$f(x) = (2x - 5)(x^2 + x - 2) = (2x - 5)(x - 1)(x + 2)$$

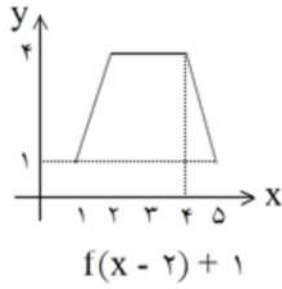
$$D_f = [-1, 3] \quad R_f = [0, 3]$$

$$D_f = [-1, 3] \quad R_f = [0, 3]$$

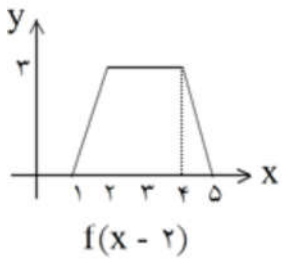
٥٩



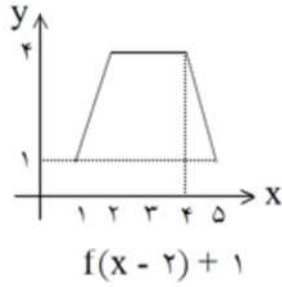
$$D = [1, 5] \quad R = [1, 4]$$



٦٠



$$D = [1, 5] \quad R = [1, 4]$$



٦١

$$f(0) = -1 \Rightarrow c = -1 \left(\frac{0}{25} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} f(1) = 0 &\Rightarrow 0 = a + b - 1 \Rightarrow a + b = 1 \left(\frac{0}{25} \right) \\ f(2) = 3 &\Rightarrow 3 = 4a + 2b - 1 \Rightarrow 4a + 2b = 4 \left(\frac{0}{25} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = 0$$

٦٢

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$A(0, 1) \Rightarrow 1 = 0 + 0 + c \Rightarrow 1 = c \left(\frac{0}{25} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} B(-1, 0) &\Rightarrow 0 = a - b + 1 \Rightarrow \frac{a-b}{\left(\frac{0}{25} \right)} = -1 \\ M(1, 4) &\Rightarrow 4 = a + b + 1 \Rightarrow \frac{a+b}{\left(\frac{0}{25} \right)} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{\left(\frac{0}{25} \right)} = 1, \frac{b}{\left(\frac{0}{25} \right)} = 2$$

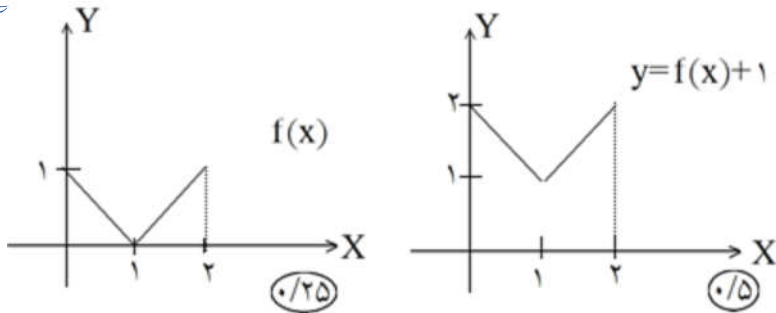
$$y = x^2 - 3$$

x	-2	0	1	3
y	1	-3	-2	6

٦٣

$$\left. \begin{aligned} A(2, -2) &\Rightarrow -2 = 4a + 2b \Rightarrow 4a + 2b = -2 \left(\frac{0}{25} \right) \\ B(0, 3) &\Rightarrow 3 = b \left(\frac{0}{25} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{-2}{4} \left(\frac{0}{25} \right)$$

٦٤



$$R_{f(x)+1} = [1, 2] \quad (0/5)$$

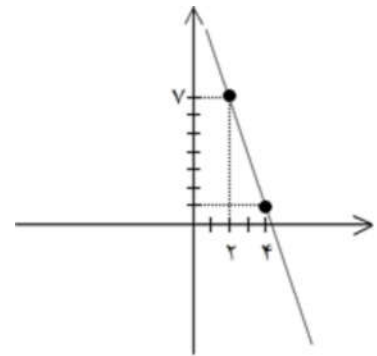
۶۵

گزینه‌ی الف (۰/۲۵) ۶۶

۲ نمره ۶۷

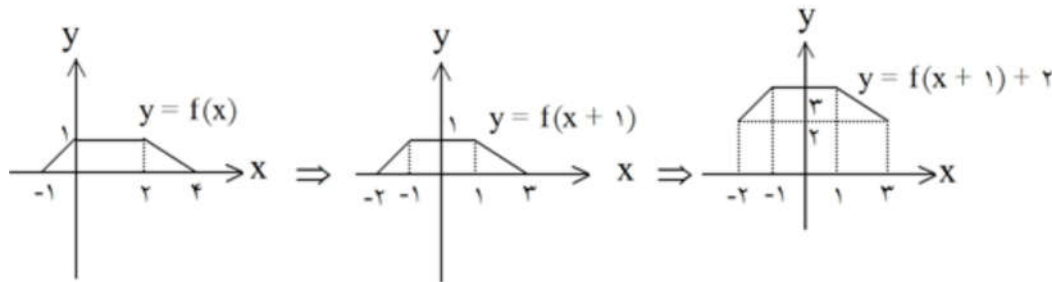
$$(4, 1) \Rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$(2, 3) \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$$



۱ نمره ۶۸

برای رسم نمودار خواسته شده به کمک انتقال، ابتدا نمودار داده شده را یک واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



۶۹

$$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow x = 1 \text{ محور متقارن}$$

$$x_1 = 1 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} y_1 = 1 - 2 + 3 = 2 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(1, 2)$$

چون $a = 1 > 0$ است بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا می‌باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-b}{-2} = 3 \Rightarrow b = 6 \xrightarrow{\text{مخاطله سهمی}} y = -x^2 + 6x + 1$$

$$x_1 = 3 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} y_1 = -9 + 18 + 1 = 10 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(3, 10)$$

چون $a = -1 < 0$ است بنابراین دهانه سهمی به طرف پایین است.

$$y = x^2 + 4x + 1 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\xrightarrow{x = -2} y = 4 - 8 + 1 = -3 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S(-2, -3)$$

$a = 1 > 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا می‌باشد.

$$\xrightarrow{x = 1} \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow \frac{-b}{4} = 1 \Rightarrow b = -4$$

$$y = 2x^2 - 4x + 7 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = 1$$

$a = 2 > 0$ بنابراین دهانه سهمی به طرف بالا است.

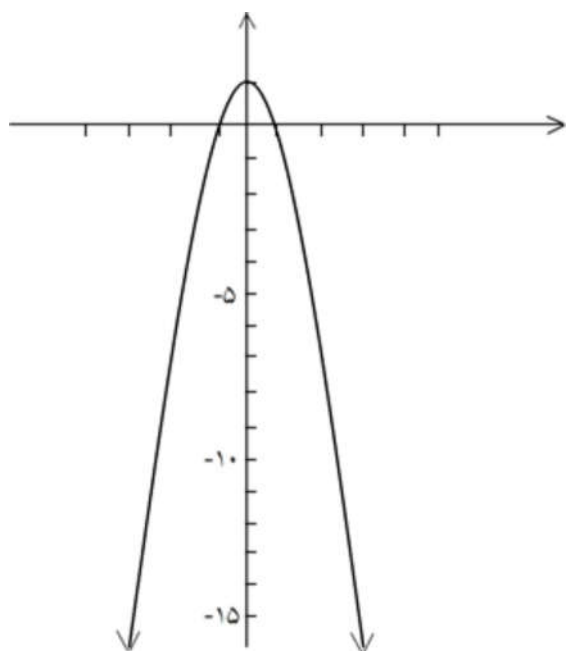
$$\text{طول نقطه ماکزیمم یا می‌نیمم تابع درجه دوم} = -\frac{b}{2a}$$

$$y = (1 - m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow \frac{-(m^2 - 6)}{2(1 - m)} = -1$$

$$\Rightarrow m^2 - 6 = 2(1 - m)$$

$$m^2 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m + 4)(m - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 & \text{غ ق} \\ m = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون گفته تابع دارای ماکزیمم است بنابراین باید ضریب x^2 منفی باشد، بنابراین $m = 2$ قابل قبول است.



$$D_f = R, R_f = (-\infty, 1]$$

اگر نمودار یک تابع درجه دوم، محور x ها را با طول‌های x_1 و x_2 قطع کند، می‌توانیم معادله‌ی آن را به صورت

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

قطع کرده است، می‌توانیم معادله‌ی آن را به صورت $f(x) = ax(x - 4)$ در نظر بگیریم و از آنجا که نمودار تابع از نقطه‌ی

$(2, 3)$ گذشته، مختصات آن در معادله‌ی تابع صدق می‌کند:

$$(2, 3) \in f \Rightarrow f(2) = 3 \Rightarrow a \times 2 \times (2 - 4) = 3 \Rightarrow a = \frac{-3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x(x - 4)$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$$

$$a < 0$$

$$c < 0$$

دو ریشه دارد. $b < 0$

این دو تابع دو نقطه تلاقی دارند بنابراین با یکدیگر برابر قرار داده و سپس برای معادله ایجاد شده باید $\Delta > 0$ باشد.

$$\frac{x^2}{4} + x + \frac{m}{4} = -x + m \Rightarrow \frac{x^2}{4} + 2x - \frac{m}{4} = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

$$\Rightarrow 4 - 4\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{m}{4}\right) > 0 \Rightarrow 4 + m > 0 \Rightarrow m > -4$$

یکی از نقاط تلاقی این دو تابع رأس سهمی است بنابراین مختصات رأس سهمی را در خط $y = -x + m$ قرار می‌دهیم.

$$y = \frac{x^2}{4} + x + \frac{m}{4} \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{4} - 1 + \frac{m}{4} = \frac{-1 + m}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{x = -1}{y = \frac{-1+m}{4}} &\rightarrow \frac{-1 + m}{4} = 1 + m \Rightarrow 2 + 2m = -1 + m \Rightarrow m = -3 \end{aligned}$$

ف ق

با تساوی قرار دادن آن‌ها باید $\Delta = 0$ باشد.

$$(m-1)x^2 + 2x + 3m = -4x + m - 1 \Rightarrow (m-1)x^2 + 6x + 2m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4(m-1)(2m+1) = 0 \xrightarrow{\div(-4)} -9 + (m-1)(2m+1) = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 + m - 2m - 1 - 9 = 0 \Rightarrow 2m^2 - m - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 5/2 \end{cases}$$

با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < 0$ باشد.

$$(2m-1)x^2 + x + 3 = 5x + 6 \Rightarrow (2m-1)x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 4(-3)(2m-1) < 0 \Rightarrow 16 + 24m - 12 < 0 \Rightarrow 24m < -4 \Rightarrow m < -\frac{1}{6}$$

برای آن‌که سهمی اول بالاتر از سهمی دومی باشد باید $2x^2 - 7x - 11 > x^2 + 4x + 1$ بزرگ‌تر از $x^2 + 4x + 1$ باشد.

$$2x^2 - 7x + 11 > x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 11x + 10 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-10) > 0$$

$$\Rightarrow x < 1 \text{ یا } x > 10$$

$$3kx^2 - 5x + k + 1 = x + 2k + 2 \Rightarrow 3kx^2 - 6x - k - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} 36 + 12k^2 + 12k < 0$$

$$\xrightarrow{\div 12} \underbrace{k^2 + k + 3}_{\text{همواره مثبت}} < 0 \Rightarrow \text{هیچ مقدار } k$$

تابع $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین ضریب x^2 صفر است.

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 5x + 7$$

تابع $g(x)$ یک تابع ثابت است بنابراین ضریب x صفر است.

$$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow g(x) = 3$$

$$\text{الف) } f(4) = 5(4) + 7 = 27$$

$$\text{ب) } g(2) + f(1) = 3 + 5(1) + 7 = 15$$

$$\text{پ) } f(g(3)) = f(3) = 5(3) + 7 = 22$$

$$\text{ت) } g(f(9)) = g(5(9) + 7) = g(52) = 3$$

۸۱) $f(x)$ یک تابع خطی است بنابراین باید ضریب x صفر باشد.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x - 1$$

الف) $f(4) = -2(4) - 1 = -9$

ب) $f(k) = -2k - 1$

پ) $f(t - 3) = -2(t - 3) - 1 = -2t + 5$

ت) $f(-2f(1)) = f(-2(-2 - 1)) = f(6) = -2(6) - 1 = -13$

۸۲) باید ضریب x صفر باشد بنابراین:

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

باید ضریب x عدد یک باشد بنابراین:

$$b + 2 = 1 \Rightarrow b = -1$$

باید عدد ثابت نداشته باشد بنابراین:

$$2c - 1 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

۸۳) f یک تابع خطی است بنابراین به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(f(x - 1)) = 4x + 4$$

$$f(x - 1) = a(x - 1) + b = ax - a + b \Rightarrow f(ax - a + b) = a(ax - a + b) + b = 4x + 4$$

$$a^2x - a^2 + ab + b = 4x + 4$$

$$\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ -a^2 + ab + b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow -4 + 2b + b = 4 \Rightarrow b = \frac{8}{3} \Rightarrow f(x) = 2x + \frac{8}{3} \\ a = -2 \Rightarrow -4 - 2b + b = 4 \Rightarrow b = -8 \Rightarrow f(x) = -2x - 8 \end{cases} \end{cases}$$

۸۴) الف)

$$x = 40 \Rightarrow M(40) = 2/89(40) + 70/64 = 115/64 + 70/64 = 185/64 \text{ cm}$$

ب)

$$M(x) = 180 \Rightarrow 2/89x + 70/64 = 180 \Rightarrow 2/89x = 180 - 70/64$$

$$x = 37/89 \text{ cm}$$

۸۵) الف)

$$x = 30 \Rightarrow F(30) = 2/75(30) + 71/48 = 153/48 \text{ cm}$$

ب)

$$F(x) = 160 \Rightarrow 2/75x + 71/48 = 160 \Rightarrow 2/75x = 160 - 71/48 \Rightarrow x = 32/18 \text{ cm}$$

۸۶) الف)

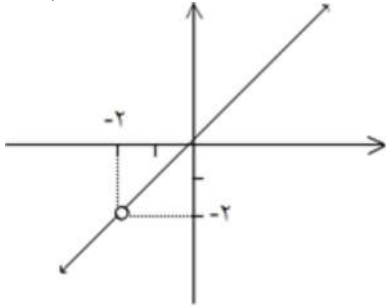
$$x = 34 \Rightarrow F(34) = 2/75(34) + 71/48 = 164/48 \text{ cm}$$

ب)

$$F(x) = 170 \Rightarrow 2/75x + 71/48 = 170 \Rightarrow 2/75x = 170 - 71/48 \Rightarrow x = 35/18 \text{ cm}$$

$$f(x) = x(x \neq -2) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + b - 2}{x + 2} = x \Rightarrow \cancel{x}^2 + ax + b - 2 = \cancel{x}^2 + 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$



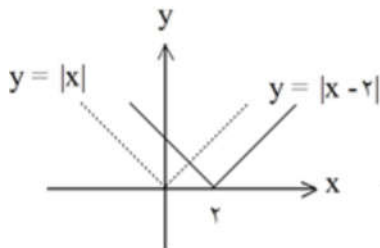
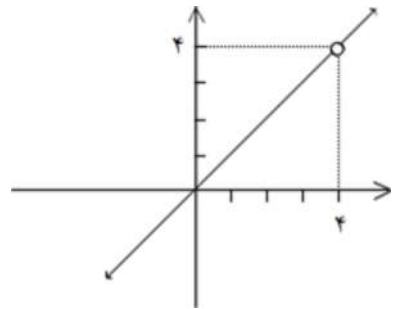
$$D = R - \{-2\}$$

$$f(x) = x(x \neq 2) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a + 2}{x - 2} = x$$

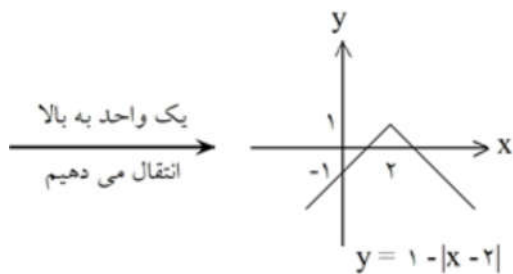
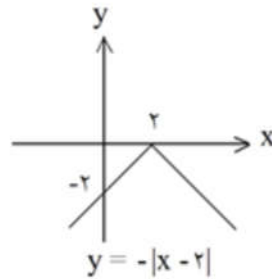
$$\Rightarrow \cancel{x}^2 + ax + a + 2 = \cancel{x}^2 - 2x \Rightarrow ax + 2x + a + 2 = 0$$

$$x(a + 2) + a + 2 = 0 \Rightarrow (a + 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$



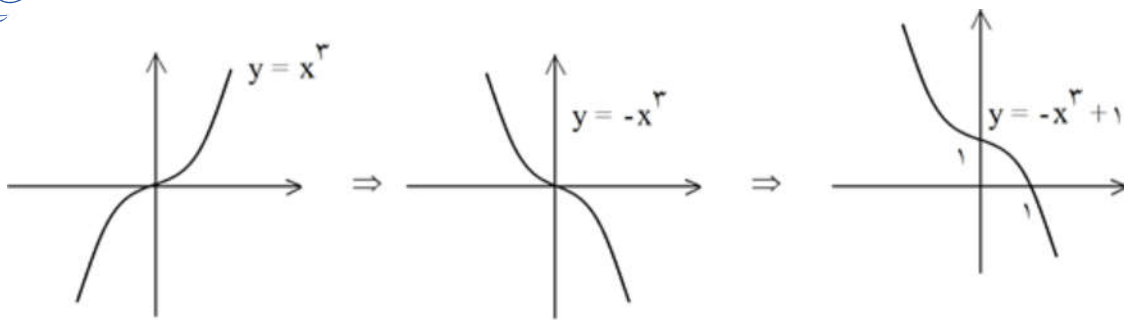
نسبت به محور x ها
قرینه می کنیم



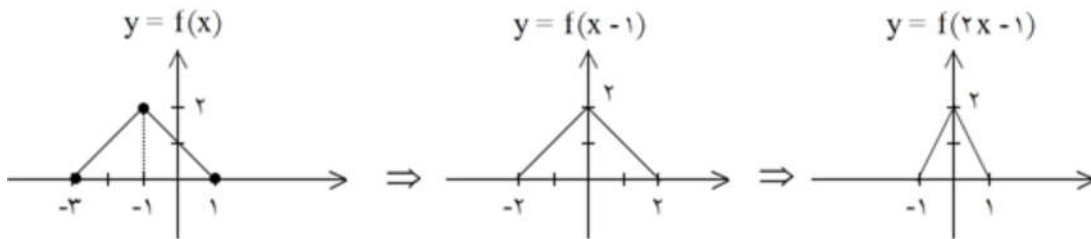
$$D = R$$

$$R = (-\infty, 1]$$

۹۰



۹۱



۹۲

$$f(x) = (x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8)^3 - 5$$

$$f(x) = ((x - 2)^3 + 8)^3 - 5$$

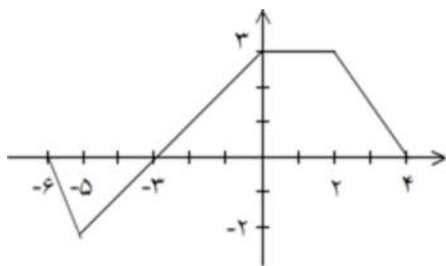
$$f(\sqrt[3]{6} + 2) = ((\sqrt[3]{6} + 2)^3 - 6)^3 - 5 = (6 + 8)^3 - 5 = 196 - 5 = 191$$

۹۳

اگر نمودار را ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌شود. بنابراین صفرهای تابع $y = f(x)$ نقاط $-۲, ۰, ۳, ۵$ هستند.

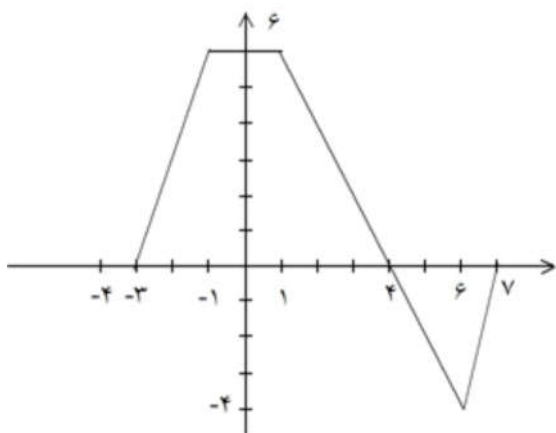
از طرفی دامنه‌ی $g(x)$ برابر است با $R - \{f(x) = ۰\}$ پس: $D_g = R - \{-۲, ۰, ۳, ۵\}$

$$الف) y = f(-x)$$



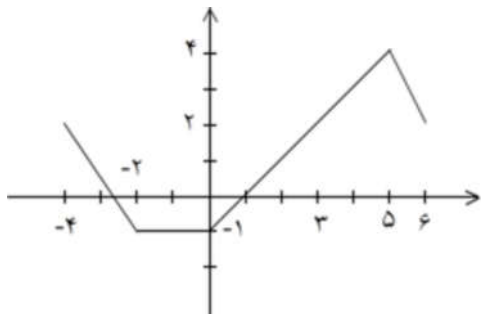
رسم: قرینه نسبت به محور y ها

$$ب) y = f(x - 1)$$



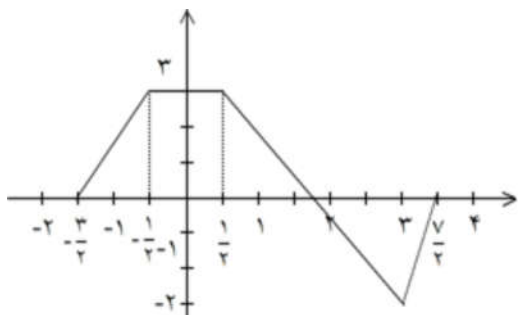
رسم: یک واحد در راستای افقی به راست سپس انبساط عمودی با ضریب انبساط ۲

$$پ) y = -f(x) + 2$$



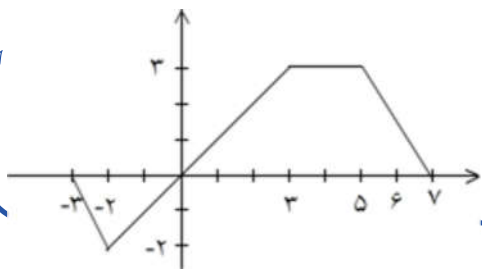
رسم: قرینه نسبت به محور x ها و سپس ۲ واحد در راستای قائم به بالا

$$ت) y = f(2x - 1)$$



رسم: یک واحد در راستای افقی به سمت راست و سپس انقباض افقی با ضریب انقباض $\frac{1}{2}$

$$ث) y = f(3 - x)$$

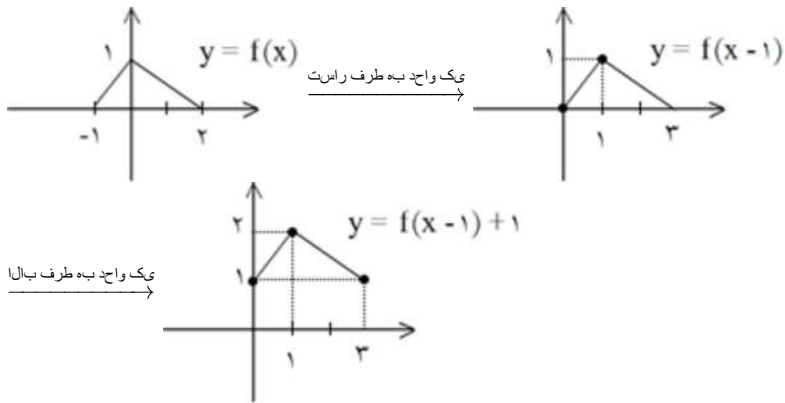


۹۵

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow a = b = \frac{-9}{2}$$

۹۶



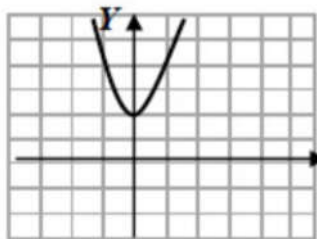
محور طولها ۹۷

۹۸

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = 4 \Rightarrow a + b = 3$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow 4a + b = 8 \Rightarrow a = \frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$$

۹۹



اکیدا نزولی $(-\infty, 0)$
اکیدا صعودی $(0, +\infty)$

نادرست ۱۰۰

۱۰۱

$$f(x) = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 + 10}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} \Rightarrow f(x) = (x-1)^3 + 11 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 11 \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{11x-1} \Rightarrow 11x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{11} \Rightarrow D_g = \left[\frac{1}{11}, +\infty \right)$$

۱۰۲

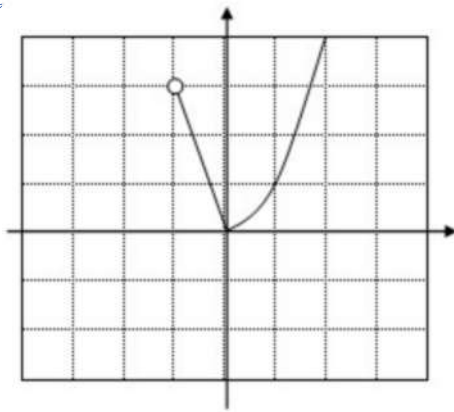
$$f(x) = \underbrace{x^3 - 15x^2 + 75x - 125 + 125 - 120}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} \Rightarrow f(x) = (x-5)^3 + 5 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{x-4}{-5x+5} \Rightarrow -5x+5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_g = R - \{1\}$$

۱۰۳

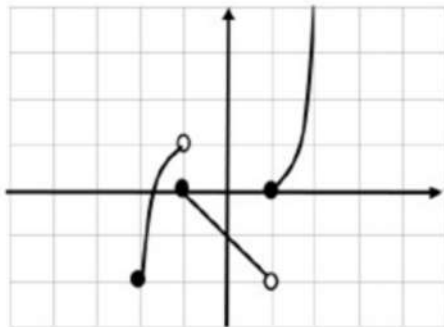
$$x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

۱۰۴



اکیدا نزولی $(-1, 0]$
اکیدا صعودی $[0, +\infty)$

۱۰۵



صعودی $[-2, -1)$ ، صعودی $[1, +\infty)$
نزولی $[-1, 1)$

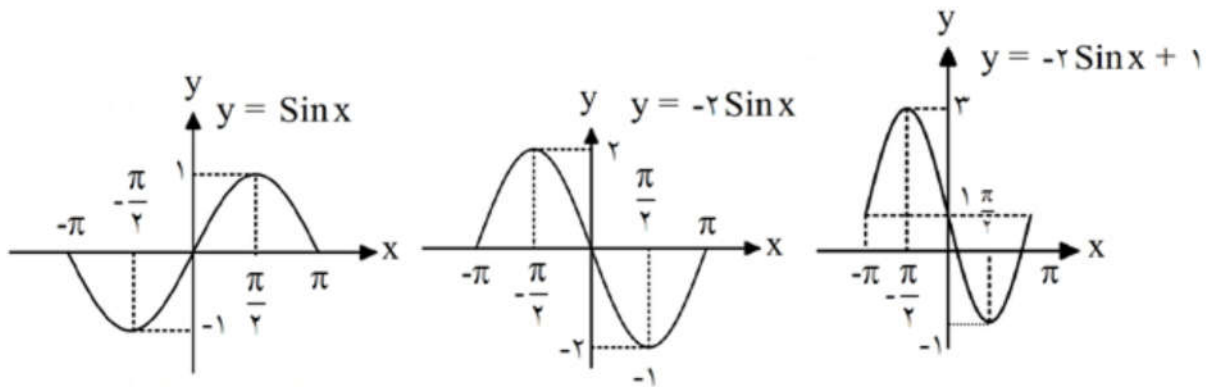
۱۰۶

$$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$$

$$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$$

۱۰۷ درست

۱۰۸



۱۰۹ $(x + 1)$

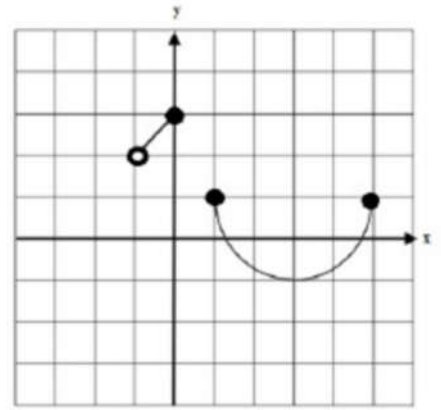
۱۱۰

۱۱۱ درست

۱۱۲

الف) $[1, +\infty)$

ب) $(-\infty, 2]$



۱۱۳

۱۱۴ الف) $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) (ب) خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.

۱۱۵

۱۱۶ روش اول:

$$y = 2\sqrt{x-3}$$

$$y = x^2 + 4x \xrightarrow{\text{سه واحد به طرف چپ}} y = (x+3)^2 + 4(x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به طرف بالا}} y = (x+3)^2 + 4(x+3) + 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 6x + 9 + 4x + 12 + 1 \Rightarrow y = x^2 + 10x + 22$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2} = -5 \Rightarrow y_0 = 25 - 50 + 22 = -3 \Rightarrow S'(-5, -3)$$

روش دوم: می‌توان ابتدا مختصات رأس سهمی را حساب کرد و سپس رأس سهمی را انتقال داد.

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow y_0 = 4 - 8 = -4$$

$$S(-2, -4) \xrightarrow{\text{سه واحد به طرف چپ}} (-2-3, -4) \xrightarrow{\text{یک واحد به طرف بالا}} (-5, -4+1)$$

$$\Rightarrow S'(-5, -3)$$

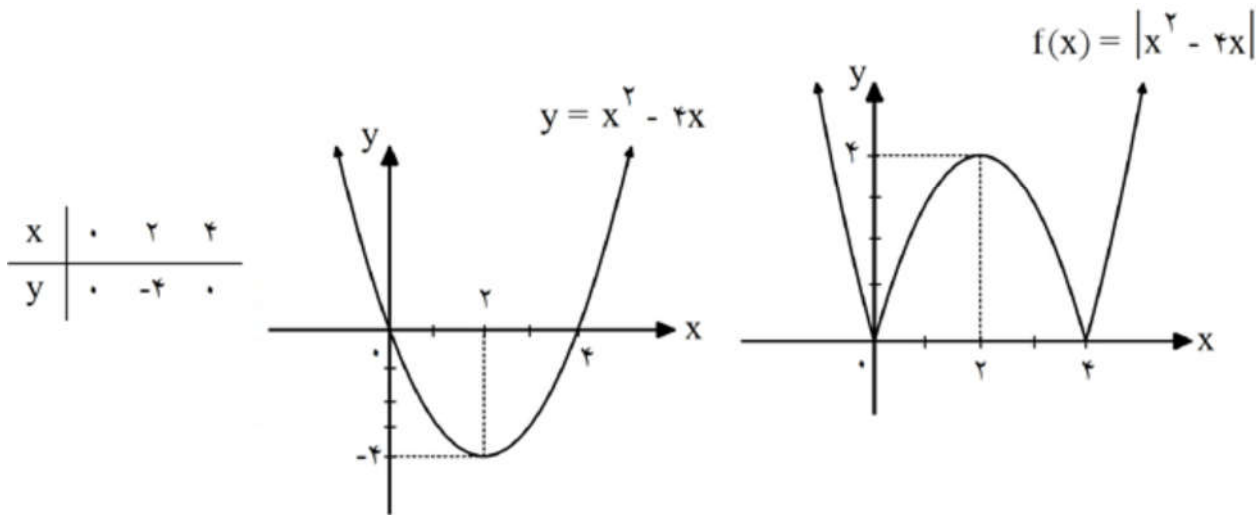
۱۱۷ الف) انقباض - انقباض

ب) راست - بالا

ابتدا نمودار $y = x^2 - 4x$ را رسم می‌کنیم و سپس نمودار $f(x) = |x^2 - 4x|$ را رسم می‌کنیم و تابع را در هر بازه از نظر صعودی یا نزولی بررسی می‌کنیم.

$$y = x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_0 = -4$$



در بازه‌های $(-\infty, 0]$ و $[2, 4]$ اکیداً نزولی است و در بازه‌های $[0, 2]$ و $[4, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

۱۱۹ $[-4, 6]$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow Q(x) \text{ جای‌گذاری در } Q(-1) = ?$$

۱۲۰

در رابطه $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)Q(x) + 2$ را مساوی x قرار می‌دهیم:

$$x = -1 \Rightarrow (-1)^2 - 2(-1) + 3 = (-1 - 1)Q(-1) + 2 \Rightarrow 6 = -2Q(-1) + 2 \Rightarrow Q(-1) = -2$$

۱۲۱ الف $f(0) = -2$

ب) روش اول $R_f = [-2, 0]$ و $D_f = [-2, 2]$

روش دوم $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$, $R_f = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 0\}$

پ) نمودار تابع در راستای قائم دو واحد به بالا منتقل می‌شود.

۱۲۲ الف)

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2^2 + k(2) + 7 = 5 \Rightarrow 4 + 2k + 7 = 5$$

$$\Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$$

ب)

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow R = (-3)^2 - 5(-3) + 7 = -27 + 15 + 7 = -5$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

۱۲۳

$$p(2) = 0 \Rightarrow 4 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -3$$

۱۲۴

$$p(-1) = 6$$