

۱) فاصله نقطه‌ی $A(-2, 3)$ از خط $y = \frac{3}{4}x - 1$ چقدر است؟

- ۱) $\frac{2}{2}$ ۲) $\frac{4}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۲) اگر $x = -3$ یک ریشه‌ی معادله‌ی $4x^2 + 7x - m = 0$ باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $-\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{19}{4}$ ۴) $-\frac{19}{4}$

۳) معادله‌ی سهمی که از نقاط $(3, 0)$ ، $(\frac{7}{2}, 0)$ و $(2, 3)$ می‌گذرد، کدام است؟

- ۱) $y = 2x^2 - 13x + 21$ ۲) $y = x^2 + 13x + 21$
 ۳) $y = -2x^2 + 13x - 15$ ۴) $y = -2x^2 + 21x + 13$

۴) معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی $(1, -4)$ می‌گذرد و بر خط گذرا از نقطه‌های $(-1, 6)$ و $(-2, -3)$ عمود است، کدام است؟

- ۱) $9y + x + 35 = 0$ ۲) $9y + 2x - 1 = 0$ ۳) $3y + 2x + 5 = 0$ ۴) $3x + y + 1 = 0$

۵) مجموع ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $2(x^2 - 3x) - 2(x^2 - 3x) = 24$ کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) معادله فاقد ریشه حقیقی است.

۶) فاصله‌ی رأس سهمی $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ۱) $\sqrt{50}$ ۲) $\sqrt{26}$ ۳) $\sqrt{12}$ ۴) $\sqrt{29}$

۷) در مورد معادله‌ی $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{1-x} = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) یک جواب مثبت دارد. ۲) دو جواب مثبت و منفی دارد.
 ۳) یک جواب منفی دارد. ۴) جواب ندارد.

۸) معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن به صورت $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ و $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ باشد، کدام است؟

- ۱) $2x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$ ۲) $2x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$
 ۳) $x^2 + \sqrt{6}x - 1 = 0$ ۴) $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$

۹ جواب معادله‌ی $\frac{3x-5}{1-2x} = 3$ کدام است؟

$\frac{8}{9}$ ۴

$\frac{8}{3}$ ۳

$\frac{5}{3}$ ۲

$\frac{1}{2}$ ۱

۱۰ کدام گزینه در مورد نمودار تابع درجه‌ی دوم $y = (x+2)^2 + 1$ نادرست است؟

۲ عرض نقطه‌ی تلاقی با محور y ها برابر ۳ است.

۱ دارای کم‌ترین مقدار ممکن است.

۴ محور تقارن سهمی خط $x = -2$ است.

۳ مختصات رأس سهمی $(-2, 1)$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$y = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow 4y = 3x - 4 \Rightarrow 4y - 3x + 4 = 0$$

$$d = \frac{|4(3) - 3(-2) + 4|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲

$$\alpha = -3 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{5}{4} \Rightarrow -3 + \beta = -\frac{5}{4} \Rightarrow \beta = 3 - \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سهمی موردنظر از نقاط $(3, 0)$ و $(\frac{5}{4}, 0)$ می‌گذرد؛ بنابراین در نقاط $x = 3$ و $x = \frac{5}{4}$ مقدار

سهمی $y = 0$ است. یعنی ریشه‌های معادله $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ هستند، پس $y = a(x - 3)(x - \frac{5}{4})$ است. با جایگذاری نقطه $(2, 3)$ داریم:

$$3 = a(2 - 3)(2 - \frac{5}{4}) \Rightarrow 3 = a(-1)(-\frac{3}{4}) \Rightarrow 6 = 3a \Rightarrow a = 2$$

$$y = 2(x - 3)(x - \frac{5}{4}) = 2x^2 - 13x + 21$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شیب خطی که از نقطه‌های $(-1, 6)$ و $(-2, -3)$ می‌گذرد برابر است با $\frac{6 - (-3)}{-1 - (-2)} = 9$

بنابراین شیب خطی که بر این خط عمود است برابر با $-\frac{1}{9}$ است. معادله خطی که شیب آن $-\frac{1}{9}$ است و از نقطه $(1, -4)$ می‌گذرد به صورت زیر است:

$$y + 4 = -\frac{1}{9}(x - 1) \Rightarrow 9y + x + 35 = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x^2 - 3x = t$ خواهیم داشت: ۵

$$t^2 - 2t = 24 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t + 4) = 0 \Rightarrow t = 6, t = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = S = 3 \\ x^2 - 3x = -4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه حقیقی} \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌های حقیقی این معادله برابر با ۳ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1 \\ \xrightarrow{x=-1} y_S = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = 2 - 4 - 3 = -5 \end{cases} \Rightarrow S(-1, -5)$$

حالا فاصله S را از مبدأ مختصات یعنی $O(0, 0)$ می‌یابیم:

$$OS = \sqrt{x_S^2 + y_S^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{1-x} \Rightarrow x(1-x) = 2(x+2)$$

$$\Rightarrow x - x^2 = 2x + 4 \Rightarrow x - x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(-1)(-4) = 1 - 16 = -15 < 0$$

چون Δ منفی شده، پس معادله جواب ندارد.

۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
باید مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا کنیم.

$$S = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S^2 = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2(\sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow S^2 = 4 + 2(1) = 6 \Rightarrow S = \sqrt{6}$$

$$P = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{4 - 3} = 1$$

معادله: $x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$

۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای حل معادله‌ی گویا طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{3x - 5}{1 - 2x} = 3 \Rightarrow 3x - 5 = 3(1 - 2x) \Rightarrow 3x - 5 = 3 - 6x \Rightarrow 3x + 6x = 5 + 3 \Rightarrow 9x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{9}$$

۱۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) در نمودار تابع درجه‌ی دوم $y = a(x - x_1)^2 + y_1$ اگر $a > 0$ باشد، سهمی دارای کم‌ترین مقدار ممکن است. (✓)

(۲) اما برای یافتن محل تلاقی با محور y ها کافی است به جای x عدد صفر را جایگزین کنیم: (×)

$$y = (0 + 2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

(۳) نقطه‌ی $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ که در این‌جا $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ است، نقطه‌ی رأس سهمی است. (✓)

(۴) خط $x = x$ که در این‌جا $x = -2$ است، خط تقارن سهمی است. (✓)

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

