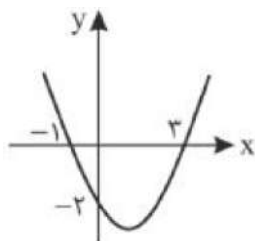


۱) فاصله نقطه‌ی $A(-2, 3)$ از خط $y = \frac{3}{4}x - 1$ چقدر است؟

- ۱) $\frac{2}{2}$ ۲) $\frac{4}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۲) نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. حاصل $f(-3)$ کدام است؟



- ۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۳) نقاط $A(-2, 3)$ و $B(0, -2)$ و $C(2, 0)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه‌ی AM کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) $2\sqrt{5}$

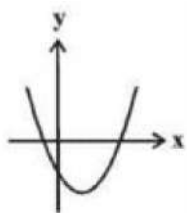
۴) اگر α و β ریشه‌های $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + \alpha + 4\beta - 5$ کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۵) در معادله‌ی $x^2 + 4x - 3 = 0$ حاصل $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{14}{3}$ ۲) $-\frac{21}{2}$ ۳) $-\frac{14}{3}$ ۴) $\frac{21}{2}$

۶) اگر نمودار تابع $f(x) = (\sqrt{2}+1)x^2 - 4mx + m^2 - 4$ به شکل مقابل باشد، حدود m کدام است؟



- ۱) $-1 < m < 1$ ۲) $-2 < m < 2$ ۳) $0 < m < 2$ ۴) $0 < m \leq 2$

۷) اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + (m-1)x + 4 = 0$ باشند با شرط $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ عدد m کدام است؟

- ۱) ۱ و -۳ ۲) ۱ و -۳ ۳) -۳ و -۱ ۴) ۱ و ۳

۸ معادله‌ی $(x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 12 = 0$ چند ریشه دارد؟

۸

۱ صفر

۲ ۴

۳ ۲

۴ ۱

۹ مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت $\{3 + \sqrt{5}, 3 - \sqrt{5}\}$ است؟

۹

۱ $2x^2 - 5x + 4 = 0$

۲ $x^2 - 3x - 5 = 0$

۳ $2x^2 - 3x + 1 = 0$

۴ $x^2 - 6x + 4 = 0$

۱۰ معادله‌ی $(x^2 + x + 1)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 4 = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱۰

۱ چهار ریشه

۲ دو ریشه

۳ دو ریشه‌ی متفاوت و یک ریشه‌ی مضاعف

۴ دو ریشه‌ی مضاعف

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$y = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow 4y = 3x - 4 \Rightarrow 4y - 3x + 4 = 0$$

$$d = \frac{|4(3) - 3(-2) + 4|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

$$f(0) = -2 \Rightarrow -3a = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}(x+1)(x-3) \Rightarrow f(-3) = \frac{2}{3}(-2)(-6) = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. میانه AM، از رأس A بر نقطه M وسط BC فرود می‌آید.

۳

$$C, B \text{ وسط } M \begin{cases} \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow M \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$$

بنابراین طول میانه AM برابر است با:

$$\begin{cases} A(-2, 3) \\ M(\frac{1}{2}, -1) \end{cases} \Rightarrow AM = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴

$$\alpha^2 + \alpha + 4\beta - 5 \xrightarrow{\alpha^2 = 2\alpha - 1} 2\alpha - 1 + \alpha + 4\beta - 5 = 4(\alpha + \beta) - 6 = 4S - 6 = 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر x_1, x_2 جوابهای معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

۵

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + 4x - 3 = 0$ داریم:

$$x_1 + x_2 = -4, x_1 x_2 = \frac{-3}{1}$$

حال حاصل $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ را می‌یابیم:

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{(-4)^2 - 2 \times \frac{-3}{1}}{\frac{-3}{1}} = -\frac{14}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق شکل، معادله‌ی $f(x) = 0$ دو جواب مختلف‌العلامه دارد. همچنین طول رأس سهمی

۶

مثبت است. در نتیجه:

$$\begin{cases} \frac{c}{a} < 0 \\ -\frac{b}{4a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - 4}{4(\sqrt{2} + 1)} < 0 \\ -\frac{-4m}{4(\sqrt{2} + 1)} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < m < 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷

$$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5 \Rightarrow \frac{(m-1)^2}{4} - 2\left(\frac{-4}{2}\right) = 5 \Rightarrow (m-1)^2 = 4 \Rightarrow m = 3, -1$$

$$x^2 - x = t \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - x = 3 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \text{ و } \Delta > 0 \Rightarrow \text{ریشه دارد} \\ x^2 - x = -4 \Rightarrow x^2 - x + 4 = 0 \text{ و } \Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای تشکیل معادله درجه دوم با معلوم بودن جوابها مجموع و حاصلضرب جوابها را

تعیین می کنیم. $\begin{cases} S = x_1 + x_2 \\ P = x_1 \cdot x_2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$ در این پرسش داریم.

$$S = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6$$

معادله مطلوب به صورت $x^2 - 6x + 4 = 0$ است.

$$P = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تغییر متغیر $x^2 + x + 1 = X$ داریم:

۱۰

$$X^2 + 3X - 4 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} 0$$

$$\begin{cases} X = 1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ریشه ی ساده} \\ x = -1 \text{ ریشه ی ساده} \end{cases} \\ X = -4 \Rightarrow x^2 + x + 1 = -4 \Rightarrow x^2 + x + 5 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه ندارد} \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه ۲}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

