

۱) معادله سهمی که از نقاط  $(3, 0)$ ،  $(\frac{5}{2}, 0)$  و  $(2, 3)$  می‌گذرد، کدام است؟

- ۱  $y = 2x^2 - 13x + 21$        ۲  $y = x^2 + 13x + 21$   
 ۳  $y = -2x^2 + 13x - 15$        ۴  $y = -2x^2 + 21x + 13$

۲) نمودار کدام تابع فقط از ناحیه‌های اول و دوم عبور می‌کند؟

- ۱  $y = 2x^2 + 2x - 4$        ۲  $y = -2x^2 + 2x + 1$   
 ۳  $y = 2x^2 - 2x - 1$        ۴  $y = 2x^2 + 2x + 1$

۳) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2ax^2 - 3ax - 1 = 0$  و  $\alpha^2 + \beta^2 = 3/25$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ ۱       ۲ -۱       ۳  $\frac{1}{2}$        ۴  $-\frac{1}{2}$

۴) فاصله خط تقارن سهمی  $y = -2x^2 + 4x + 3$  تا خط  $x + 3 = 0$  کدام است؟

- ۱ ۶       ۲ ۴       ۳ ۳       ۴ ۲

۵) محل قرارگرفتن رأس سهمی به معادله  $y = ax^2 - ax + 1$ ، کدام است؟

- ۱ بالای محور  $x$ ها       ۲ زیر محور  $x$ ها       ۳ سمت چپ محور  $y$ ها       ۴ سمت راست محور  $y$ ها

۶) کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- ۱  $x = 2$        ۲  $x = 2/5$        ۳  $x = 3$        ۴  $x = 3/5$

۷) معادله درجه دومی که ریشه‌های آن به صورت  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  و  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$  باشد، کدام است؟

- ۱  $2x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$        ۲  $2x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$   
 ۳  $x^2 + \sqrt{6}x - 1 = 0$        ۴  $x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$

۸) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های حقیقی معادله  $x^2 - 2x - 2 = 0$  باشد، حاصل  $\beta^2 - \beta + \alpha$  کدام است؟

- ۱ ۴       ۲ ۳       ۳ ۲       ۴ ۱

۹) فاصله رأس سهمی  $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$  از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ۱  $\sqrt{50}$        ۲  $\sqrt{26}$        ۳  $\sqrt{82}$        ۴  $\sqrt{29}$

۱۰ خط  $0 = x^2 + 2\sqrt{10}y + 6$  بر دایره‌ای به مرکز  $(-4, \sqrt{10})$  مماس است. اندازه‌ی محیط این دایره چقدر است؟

$6\pi$  ۴

$4\pi$  ۳

$2\pi$  ۲

$\pi$  ۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سهمی موردنظر از نقاط  $(3, 0)$  و  $(\frac{7}{4}, 0)$  می‌گذرد؛ بنابراین در نقاط  $x = 3$  و  $x = \frac{7}{4}$  مقدار

سهمی  $y = 0$  است. یعنی ریشه‌های معادله  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$  هستند، پس  $y = a(x - 3)(x - \frac{7}{4})$  است. با

جایگذاری نقطه  $(2, 3)$  داریم:

$$3 = a(2 - 3)\left(2 - \frac{7}{4}\right) \Rightarrow 3 = a(-1)\left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow 6 = 3a \Rightarrow a = 2$$

$$y = 2(x - 3)\left(x - \frac{7}{4}\right) = 2x^2 - 13x + 21$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با جایگذاری  $x = -1$  در گزینه‌ی (۱) داریم:  $y(-1) = 2 - 2 - 4 = -4$  که در ربع سوم قرار دارد.

با جایگذاری  $x = -1$  در گزینه‌ی (۲) داریم:  $y(-1) = -2 - 2 + 1 = -3$  که در ربع سوم قرار دارد.

با جایگذاری  $x = 1$  در گزینه‌ی (۳) داریم:  $y(1) = 2 - 2 - 1 = -1$  که در ربع چهارم قرار دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S = -\frac{-3a}{2a} = \frac{3}{2}, P = \frac{-1}{2a}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 3/25$$

$$\Rightarrow S^2 - 2P = \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{1}{a} = \frac{13}{4} \Rightarrow a = 1$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

خط  $x + 3 = 0$  یا همان  $x = -3$  یک خط قائم است و فاصله آن تا خط قائم  $x = 1$  برابر ۴ واحد است. (فاصله دو خط موازی محور  $y$ ها)

$$\Delta = a^2 - 4a^2 = -3a^2 < 0$$
 سهمی ریشه ندارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{a}{2a^2} = \frac{1}{2a}$$

$$y_1 = a^2 \left(\frac{1}{4a^2}\right) - a \left(\frac{1}{2a}\right) + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} > 0$$
 بالای محور  $x$ ها

$$m > 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$\min = 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(\Delta m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{36 - m(\Delta m - 1)}{m} = -2$$

$$36 - \Delta m^2 + m = -2m \Rightarrow \Delta m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
باید مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا کنیم.

$$S = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S^2 = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2(\sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}})$$

$$\Rightarrow S^2 = 4 + 2(1) = 6 \Rightarrow S = \sqrt{6}$$

$$P = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{4 - 3} = 1$$

معادله:  $x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$

۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 2x - 2 = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 - 2\beta - 2 = 0 \Rightarrow \beta^2 = 2\beta + 2$$

$$\beta^2 - \beta + \alpha = 2\beta + 2 - \beta + \alpha = \beta + \alpha + 2$$

جمع دو ریشه

$$\text{ریشه } S = -\frac{-2}{1} = 2 \Rightarrow \text{عبارت} = 2 + 2 = 4$$

۹

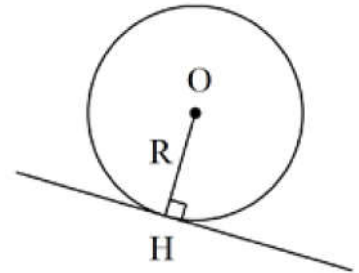
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 4x - 3 \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1 \\ \xrightarrow{x=-1} y_S = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = 2 - 4 - 3 = -5 \end{cases} \Rightarrow S(-1, -5)$$

حالا فاصله‌ی  $S$  را از مبدأ مختصات یعنی  $O(0, 0)$  می‌یابیم:

$$OS = \sqrt{x_S^2 + y_S^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فاصله‌ی مرکز دایره تا خط برابر شعاع دایره است، پس کافی است فاصله‌ی مرکز دایره تا خط داده‌شده را بیابیم:



$$OH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow OH = \frac{|3 \times (-4) + 2\sqrt{10} \times \sqrt{10} + 6|}{\sqrt{3^2 + (2\sqrt{10})^2}} = \frac{14}{7} = 2 = r$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

