

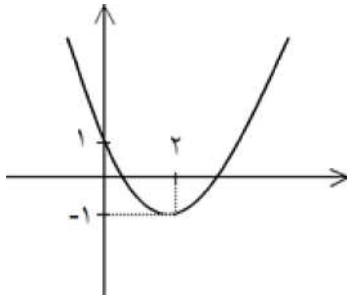
۱ اگر نقاط $A(2, 4)$ و $B(3, 0)$ و $C(-1, 3)$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

- ۱) $\frac{6}{5}$ ۲) ۶ ۳) $\frac{5}{5}$ ۴) ۵

۲ اگر خط $3x + 1 = 0$ محور تقارن تابع درجه‌ی دوم $y = 2x^2 + kx - 1$ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{1}{3}$

۳ نمودار مقابل مربوط به کدام گزینه است؟



- ۱) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ ۲) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ ۳) $y = 2x^2 + x + 1$ ۴) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

۴ فاصله دو خط $2x + y + 7 = 0$ و $2x + y - 1 = 0$ کدام است؟

- ۱) $\frac{8}{\sqrt{5}}$ ۲) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ ۳) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ ۴) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

۵ اگر ریشه‌ی معادله $\sqrt{x+1} + a = x$ برابر ۳ است، a کدام گزینه است؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۶ معادله‌ی خطی موازی نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم که از نقطه‌ای به طول ۲ روی خط $3x + 2y = 4$ می‌گذرد، کدام است؟

- ۱) $y = -x + 3$ ۲) $y = -x + 5$ ۳) $y = -x - 3$ ۴) $y = -x + 1$

۷ بیشترین مقدار ممکن برای مساحت قطعه زمین مستطیل‌شکل دریا که می‌توان آن را با ۱۲۰ متر نرده محصور کرد، چند متر مربع است؟



- ۱) ۹۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۸۰۰ ۴) ۳۶۰۰

۸ معادله‌ی $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$ چند ریشه دارد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۹ به ازای کدام مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 + kx + 1 = 0$ از ۴ برابر مجموع ریشه‌ها یک واحد بیشتر است؟

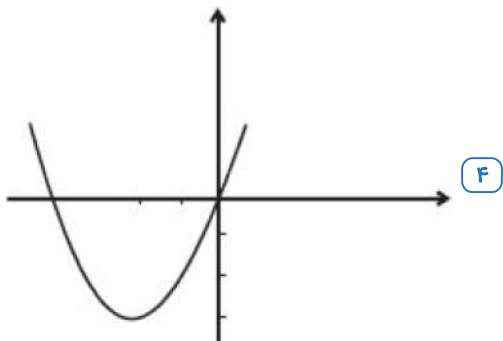
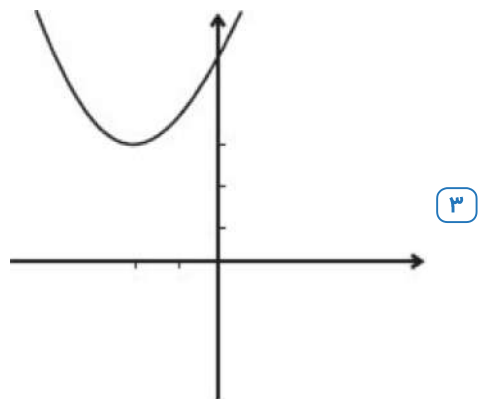
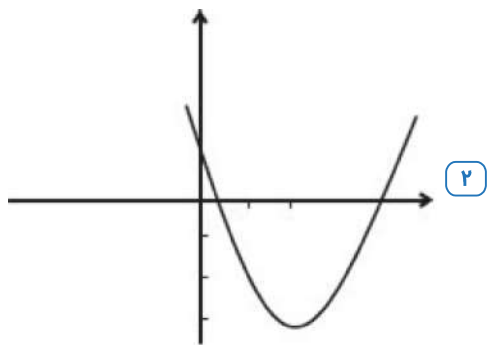
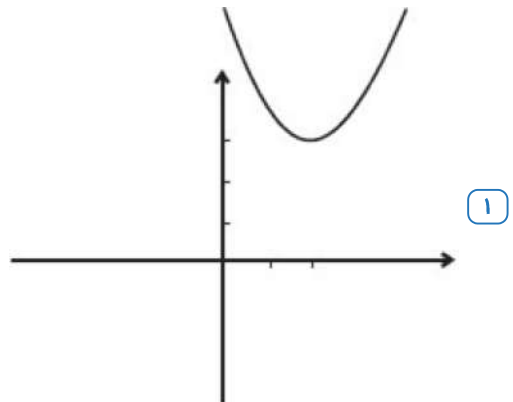
۱) $\frac{3}{2}$

۲) $\frac{3}{4}$

۳) $\frac{1}{4}$

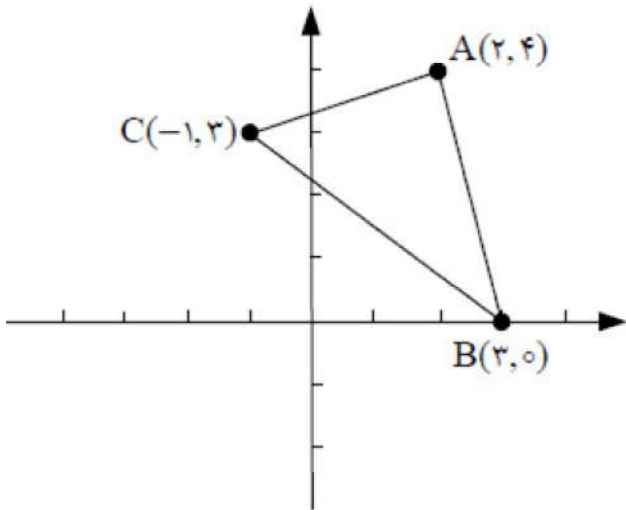
۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰ نمودار تابع درجه‌ی دوم $f(x) = x^2 - 4x + 1$ کدام گزینه زیر است؟



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱



$$BC = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{BC معادله} = \frac{y-0}{x-3} = \frac{3-0}{-1-3}$$

$$\Rightarrow -4y = 3x - 9 = 2x + 4y - 9 = 0$$

$$AH = \frac{|3 \times 2 + 4 \times 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{13}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{5 \times \frac{13}{5}}{2} = 6.5$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی محور تقارن:

۲

در تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ معادله‌ی محور تقارن برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow y = 2x^2 + kx - 1 \Rightarrow \text{محور تقارن: } x = \frac{-k}{4} \Rightarrow -\frac{k}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{4}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳

$$S \Big|_{-1}^2 \Rightarrow y = a(x-2)^2 - 1 \xrightarrow[y=1]{x=1} 1 = 4a - 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$$

$$= \frac{1}{4}(x^2 - 4x + 4) - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید به جای x عدد ۳ را قرار دهیم.

۵

$$x = 3 \Rightarrow \sqrt{3+1} + a = 3 \Rightarrow 2 + a = 3 \Rightarrow a = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶

۱- شیب خط $y = -x \Rightarrow$ نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم

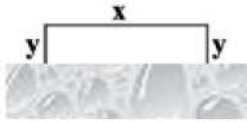
$$2x + 2y = 4 \xrightarrow{x=2} 4 + 2y = 4 \Rightarrow 2y = -2 \Rightarrow y = -1$$

$$\text{معادله خط مورد نظر: } y + 1 = -1(x - 2) \Rightarrow y + 1 = -x + 2 \Rightarrow y = -x + 1$$

۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: با شرط $a < 0$ ($a > 0$) بیشترین (کمترین) مقدار تابع درجه دوم، $f(x) = ax^2 + bx + c$ در رأس سهمی، یعنی نقطه‌ی $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ رخ می‌دهد. مقدار تابع در این نقطه یعنی $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ را بیشترین (کمترین) مقدار سهمی می‌نامیم. طول این زمین مستطیل‌شکل را با x و عرض آن را با y نمایش می‌دهیم. با توجه به اینکه کل نرده‌ی موجود برابر ۱۲۰ متر است، نتیجه می‌شود:



$$x + 2y = 120 \Rightarrow y = \frac{120 - x}{2} \quad (*)$$

مساحت این زمین برابر است با:

$$S = xy \stackrel{(*)}{=} x \left(\frac{120 - x}{2} \right) = -\frac{1}{2}x^2 + 60x$$

این سهمی در رأس خود دارای بیشترین مقدار است. طول رأس این سهمی برابر است با:

$$x = \frac{-60}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 60$$

بنابراین بیشترین مقدار ممکن برای مساحت این زمین برابر است با:

$$S = -\frac{1}{2}(60)^2 + 60(60) = 1800$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۸

$$\frac{x^2 + 4x + x^2 + x}{(x+1)(x+4)} = 1 \Rightarrow 2x^2 + 5x = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \quad x' + x'' = \frac{-b}{a} = \frac{-k}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = -2k + 1 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی تابع را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

۱۰

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3$$

با کمک انتقال نمودار x^2 ، واحد به سمت راست و ۳ واحد به سمت پایین، نمودار تابع $f(x)$ حاصل می‌شود.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

