

۱ خطوط $2x + ay = 3$ و $(a+1)x - 3y = 1$ بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴)

۲ کارگر A ، ۱۵ ساعت زودتر از کارگر B خانه‌ای را رنگ می‌کند. اگر این دو کارگر در ۱۸ ساعت با هم کار کنند، خانه رنگ شود، کارگر B چند برابر کارگر دیگر زمان لازم دارد تا به تنهایی خانه را رنگ کند؟

- ۱ (۱) $1/7$ ۲ (۲) $1/6$ ۳ (۳) $1/5$ ۴ (۴) $1/4$

۳ نقاط $A(-3, 4)$ و $B(2, -1)$ دو رأس مجاور یک لوزی هستند، اندازه‌ی محیط این لوزی کدام است؟

- ۱ (۱) $4\sqrt{26}$ ۲ (۲) $2\sqrt{10}$ ۳ (۳) $20\sqrt{2}$ ۴ (۴) $4\sqrt{34}$

۴ به ازای کدام مقدار m معادله‌ی $mx^2 + (4m-1)x + 3m^2 + m - 5 = 0$ دارای دو ریشه قرینه و معکوس است؟

- ۱ (۱) 1 و $-\frac{5}{3}$ ۲ (۲) -5 و 3 ۳ (۳) -3 و 5 ۴ (۴) -5 و 1

۵ معادله $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ چند جواب دارد؟

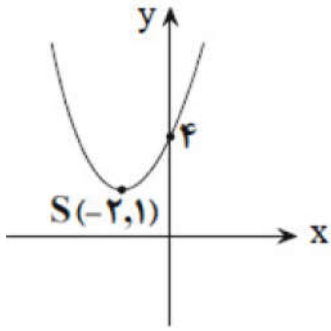
- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) ۴

۶ اگر خط $x = 2$ خط تقارن سهمی $y = (m-1)x^2 + x + 3$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{4}{3}$ ۲ (۲) $\frac{3}{4}$ ۳ (۳) $\frac{4}{5}$ ۴ (۴) $\frac{5}{4}$

۷ مجموع ریشه‌های معادله $\frac{x^2+x}{x^2-x-2} + \frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \frac{1}{2}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) -۱ ۳ (۳) -۳ ۴ (۴) -۲



$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 4 \quad \text{۲}$$

$$f(x) = x^2 + \frac{5}{4}x + 4 \quad \text{۱}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 \quad \text{۴}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2x + 4 \quad \text{۳}$$

۹ اگر $x = 2$ یکی از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 + kx - 2 = 0$ باشد، ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{1}{3} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{۲}$$

$$-\frac{2}{3} \quad \text{۱}$$

۱۰ معادله‌ی $(9 - x^2)\sqrt{2 - x} = 0$ چند جواب دارد؟

$$\text{صفر} \quad \text{۴}$$

$$۳ \quad \text{۳}$$

$$۲ \quad \text{۲}$$

$$۱ \quad \text{۱}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱

$$m, m_r = -1$$

$$-\frac{2}{a} \left(\frac{a+1}{3} \right) = -1 \Rightarrow -2a - 2 = -3a \Rightarrow a = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲

$$x = 15 + y, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{y + 15 + y}{y(15 + y)} = \frac{1}{18} \Rightarrow 36y + 270 = 15y + y^2$$

$$\Rightarrow y^2 - 21y - 270 = 0 \Rightarrow (y - 30)(y + 9) = 0 \Rightarrow y = 30, x = 45 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1/5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در لوزی همه اضلاع با هم برابرند، لذا داریم: ۳

$$\text{طول ضلع لوزی} = AB = \sqrt{(2+3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{2 \times 25} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{محیط لوزی} = 4 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴

$$\text{دو ریشه قرینه و معکوس} \Rightarrow P = -1 \Rightarrow c = -a \Rightarrow 3m^2 + m - 5 = -m$$

$$\Rightarrow 3m^2 + 2m - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-9) = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases} \Rightarrow \text{چهار جواب دارد.}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خطی که از رأس سهمی می‌گذرد و موازی محور یاهاست، ۶

خط تقارن سهمی نامیده می‌شود. معادله این خط به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ است.

با توجه به نکته بالا، معادله خط تقارن سهمی $y = (m-1)x^2 + x + 3$ به صورت $x = \frac{-1}{2(m-1)}$ است. طبق فرض، معادله

این خط به صورت $x = 2$ است، پس:

$$\frac{-1}{2(m-1)} = 2 \Rightarrow 4(m-1) = -1 \Rightarrow m-1 = -\frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} + \frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{2}, x \neq 2, x \neq -1, x \neq 1$$

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + x + x^2 - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x^2 + x - 4}{x^2 - x - 2} = \frac{1}{2}$$

$$4x^2 + 2x - 8 = x^2 - x - 2 \Rightarrow 3x^2 + 3x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

در نتیجه:

$$(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ قابل قبول} \\ x = 1 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases} \text{ بنابراین:}$$

فقط یک ریشه قابل قبول -۲ دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $S(r, k)$ رأس سهمی باشد، معادله آن به صورت $f(x) = a(x - r)^2 + k$ به دست می‌آید. در نمودار داده شده رأس سهمی $S(-2, 1)$ می‌باشد و از طرفی $f(0) = 4$ است.

۸

$$f(x) = a(x - r)^2 + k \xrightarrow{S(-2, 1)} f(x) = a(x + 2)^2 + 1$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow a(0 + 2)^2 + 1 = 4 \Rightarrow 4a + 1 = 4 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}(x + 2)^2 + 1$$

$$= \frac{3}{4}(x^2 + 4x + 4) + 1 = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۹

روش اول: به جای x عدد ۲ قرار داده و k را حساب می‌کنیم:

$$3(2)^2 + k(2) - 2 = 0 \Rightarrow 10 + 2k = 0 \Rightarrow k = -5$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x_1, x_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow 2x_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{3}$$

روش دوم:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰

$$(9 - x^2)\sqrt{2 - x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2 - x} = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 9 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$x = 3$ قابل قبول نیست زیرا عبارت زیر رادیکال را منفی می‌کند، بنابراین معادله دارای دو ریشه حقیقی است.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

